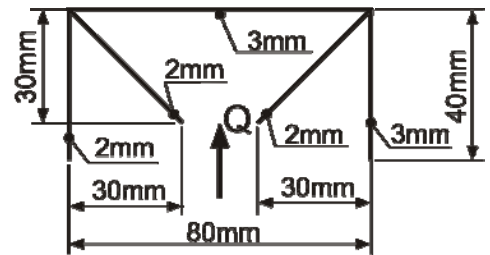


1. Feladat (25 pont):

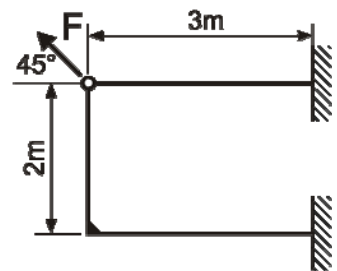
- Határozza meg a vázolt szelvény M nyírási középpontjának helyét!
- Határozza meg a keresztmetszetben a τ nyírófeszültség eloszlását és irányát a Q nyíróerőhöz!

Adatok: $Q = 4000 \text{ N}$

**2. Feladat (25 pont):**

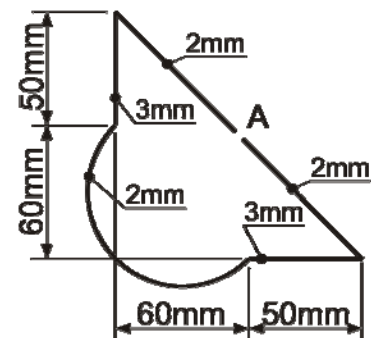
- Erőmódszerrel határozza meg a vázolt szerkezet hajlító nyomatéki igénybevételi ábráját a jellemző értékek feltüntetésével!
- Határozza meg az F erő támadáspontjának erő irányú elmozdulását (nagyság és értelem)!

Adatok: $F = 3000 \text{ N}$; $IE = \text{áll.} = 2 \cdot 10^4 \text{ Nm}^2$

**3. Feladat (25 pont):**

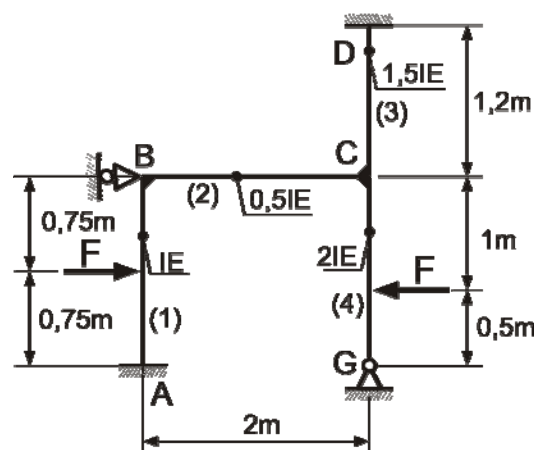
- Határozza meg, hogy hányszor nagyobb fajlagos elcsavarodást szenved szabad csavarásban a vázolt vékonyfalú, nyitott keresztmetszet, ahhoz képest, mint ha az A pontban összehegesztenénk és az így kialakuló zárt, vékonyfalú keresztmetszetet szabadon csavarnánk!
- Határozza meg, hogy az A pontnál összehegesztéssel kialakuló zárt vékonyfalú keresztmetszetben az M_{cs} csavaró nyomaték hatására hol és mekkora maximális τ feszültség keletkezik!

Adatok: $G = 80 \text{ GPa}$; $M_{cs} = 100 \text{ Nm}$

**4. Feladat (25 pont):** A vázolt tartó rúdjaik hajlító merevségei adottak, és a két db F koncentrált erő terheli. A rudak húzó-nyomó merevsége végtelen.

- Mozgásmódszerrel határozza meg a tartó hajlító nyomaték igénybevételi ábráját a jellemző értékek feltüntetésével!

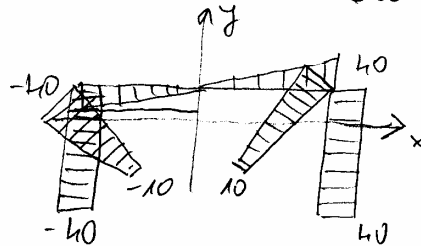
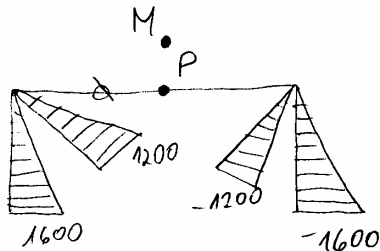
Adatok: $F = 23328 \text{ N}$; $AE = \infty$



①

$$y_s = \frac{(-3 \cdot 40 \cdot 20 - 30\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 15) \cdot 2 + 0}{(3 \cdot 40 + 30\sqrt{2} \cdot 2) \cdot 2 + 80 \cdot 3} = \frac{-7345,58}{649,706} = -11,306 \text{ mm}$$

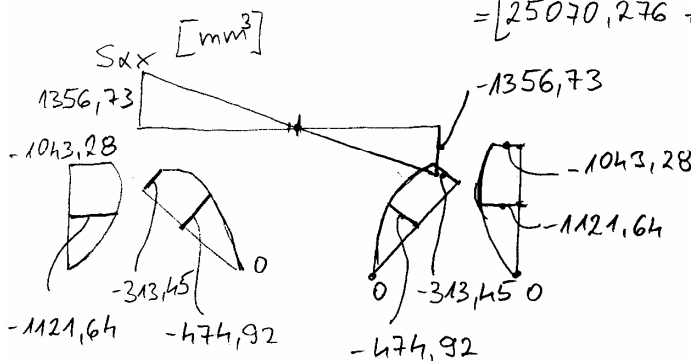
$$I_{My} = -\frac{1}{I_y} \int \omega_P \cdot x \cdot y \, dA = \frac{-1}{630793,9} \left[3 \cdot \frac{-1600 \cdot 40}{2} \cdot 40 + 2 \cdot \frac{-1200 \cdot 30 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot 20 \right] \cdot 2 = \frac{9716467,53}{630793,9} = 15,404 \text{ mm}$$



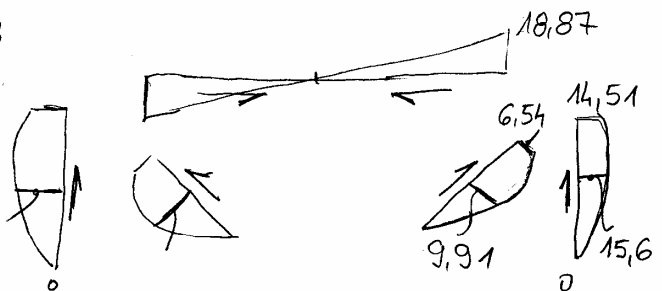
$$I_y = 3 \cdot 80 \cdot \left(0^2 + \frac{80^2}{12}\right) + 2 \cdot \left[3 \cdot 40 \left(40^2 + \frac{0^2}{12}\right) + 2 \cdot 30\sqrt{2} \left(25^2 + \frac{30^2}{12}\right) \right] = 128000 + 2 \cdot [192000 + 59396,96] = 630793,939 \text{ mm}^4$$

$$\gamma_y = \frac{Q_y \cdot S_{xx}}{I_x \cdot \tau}$$

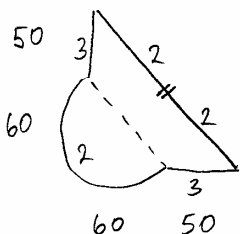
$$I_x = \left[3 \cdot 40 \cdot \left((20 - 11,306)^2 + \frac{40^2}{12} \right) + 2 \cdot 30\sqrt{2} \cdot \left((15 - 11,306)^2 + \frac{30^2}{12} \right) + 3 \cdot 40 \cdot \left(11,306^2 + \frac{0^2}{12} \right) \right] \cdot 2 = [25070,276 + 7521,832 + 15339,076] \cdot 2 = 95862,37 \text{ mm}^4$$



γ_y [MPa]



③



$$I_{ty} = \eta' \cdot \left[110 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{2^3}{3} + 2 \cdot 50 \cdot \frac{3^3}{3} + \frac{60\sqrt{2}}{2} \cdot \pi \cdot \frac{2^3}{3} \right] =$$

$$= \eta' [414,836 + 900 + 355,431] = \eta' \cdot 1670,267 \text{ mm}^4$$

$$I_{tz} = \frac{\omega_P^2}{\oint \frac{ds}{r}} = \frac{14154,867^2}{\frac{110\sqrt{2}}{2} + \frac{100}{3} + \frac{60}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{2}} = \frac{14154,867^2}{177,758} = 1127149,8 \text{ mm}^4$$

$$\omega_P = 2A_R = 2 \cdot \left(\frac{110\sqrt{2}}{2} + \frac{60\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{50}{\sqrt{2}} + \frac{(60\sqrt{2})^2 \pi}{8} \right) = 14154,867 \text{ mm}^2$$

$$\nu = \frac{M_{cs}}{I_t \cdot G} \quad \frac{\nu_{ny}}{\nu_z} = \frac{M_{cs}}{I_{ty} \cdot G} \cdot \frac{I_{tz} \cdot G}{M_{cs}} = \frac{I_{tz}}{I_{ty}} = \frac{674,83}{1} \text{ (ha } \eta' = 1)$$

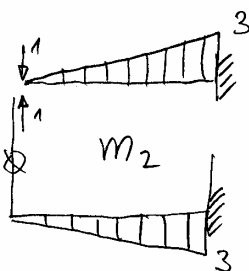
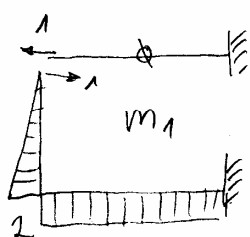
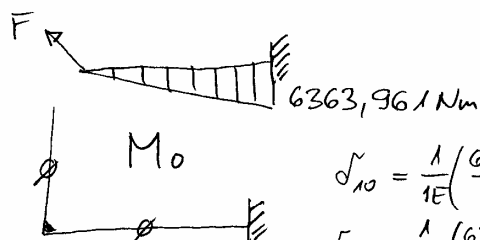
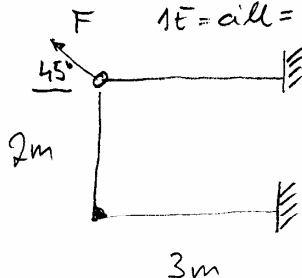
$$\gamma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_f \cdot \sigma_{\min}} = \frac{100 \cdot 10^3}{14154,867 \cdot 2} = 3,53 \text{ MPa} \quad \text{a } w = 2 \text{ mm} \text{ névleges!}$$

②

$$F = 3000 \text{ N}$$

$$EI = \text{állandó} = 2 \cdot 10^4 \text{ Nm}^2$$

2x - határozatlan!



$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \left(\frac{6363,961 \cdot 3}{2} \cdot 0 \right) = 0 \text{ m}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \left(\frac{6363,961 \cdot 3}{2} \cdot -\frac{2}{3} \cdot 3 \right) = -\frac{19091,88}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{2 \cdot 2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \right) = \frac{14,66}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \left(\frac{3 \cdot 3}{2} \cdot 2 \right) = \frac{9}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left(\frac{3 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \right) \cdot 2 = \frac{18}{EI}$$

$$\delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} = 0$$

$$\delta_{20} + X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} = 0$$

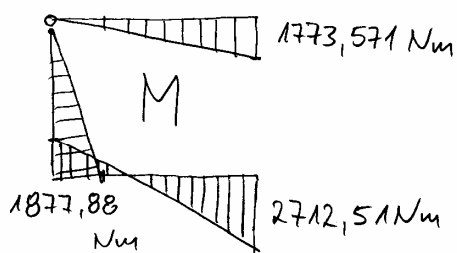
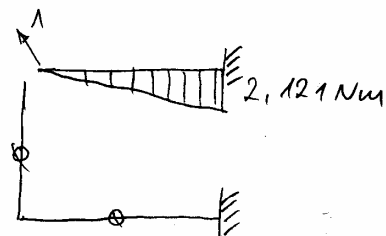
$$0 + X_1 \cdot \frac{14,66}{EI} + X_2 \cdot \frac{9}{EI} = 0 \Rightarrow X_2 = -\frac{14 \cdot X_1}{27} = -1,6296 \cdot X_1$$

$$-\frac{19091,88}{EI} + X_1 \cdot \frac{9}{EI} + X_2 \cdot \frac{18}{EI} = 0$$

$$M = M_0 + X_1 \cdot m_1 + X_2 \cdot m_2$$

$$X_1 = -938,94$$

$$X_2 = 1530,13$$

 M_0' 

$$e_F = \int \frac{M \cdot M_0'}{EI} ds = \frac{1}{EI} \left(\frac{1773,571 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,121 \right) = \frac{3762,31}{EI} = 0,1881 \text{ m} = 188,1 \text{ mm}$$