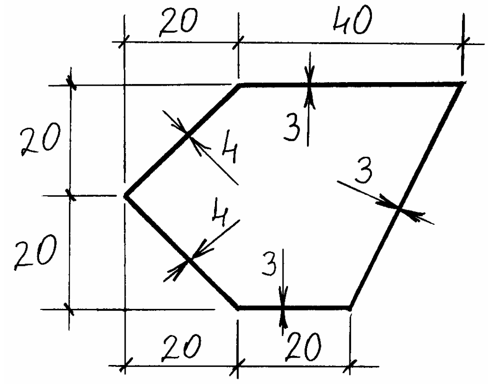
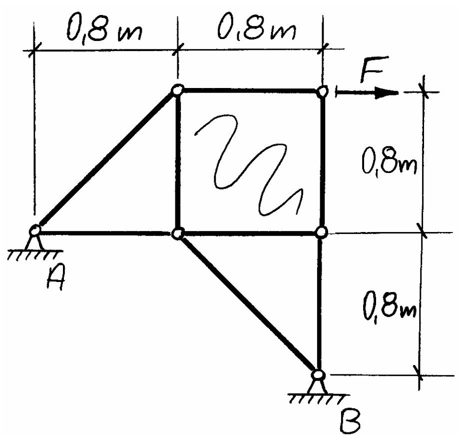
1. Feladat *(25 pont)*: A vázolt zárt, vékonyfalú keresztmetszetből készült ℓ hosszúságú rudat az Mcs nagyságú csavaró nyomaték terheli.



a) Határozza meg a legnagyobb τ feszültség helyét és nagyságát!
b) Határozza meg a rúd két végének relatív elcsavarodási szögét (φ)!

Adatok: $\ell = 1{,}3\,\mathrm{m}$; $M_{CS} = 1{,}1\,\mathrm{kNm}$; $G = 80\,\mathrm{GPa}$

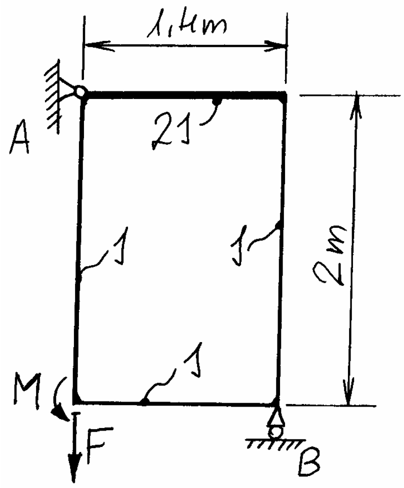
2. Feladat *(25 pont)*: A vázolt lemezzel merevített szerkezet minden rúdja azonos anyagú (E) és azonos keresztmetszetű (A_K), a lemez vastagsága „v". A tartót a koncentrált F erő terheli.



a) Határozza meg a rudak normál-igénybevételeit és a lemezek nyírófolyam-igénybevételeit!

Adatok: $A_K = 400\,\mathrm{mm}^2$; $E = 2{,}6 \cdot G = 200\,\mathrm{GPa}$; $v = 0{,}5\,\mathrm{mm}$;
$F = 5\,\mathrm{kN}$

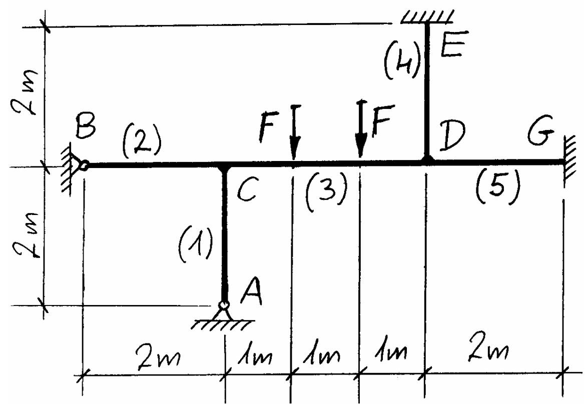
3. Feladat *(25 pont)*: A vázolt zárt keret minden rúdja azonos anyagú (E). A tartót a koncentrált F erő és M nyomaték terheli.



a) σ-ponti módszerrel határozza meg a keret hajlító nyomatéki ábráját a jellemző értékek feltüntetésével!

Adatok: $F = 2000\,\mathrm{N}$; $M = 1200\,\mathrm{Nm}$; $E = \text{áll.}$

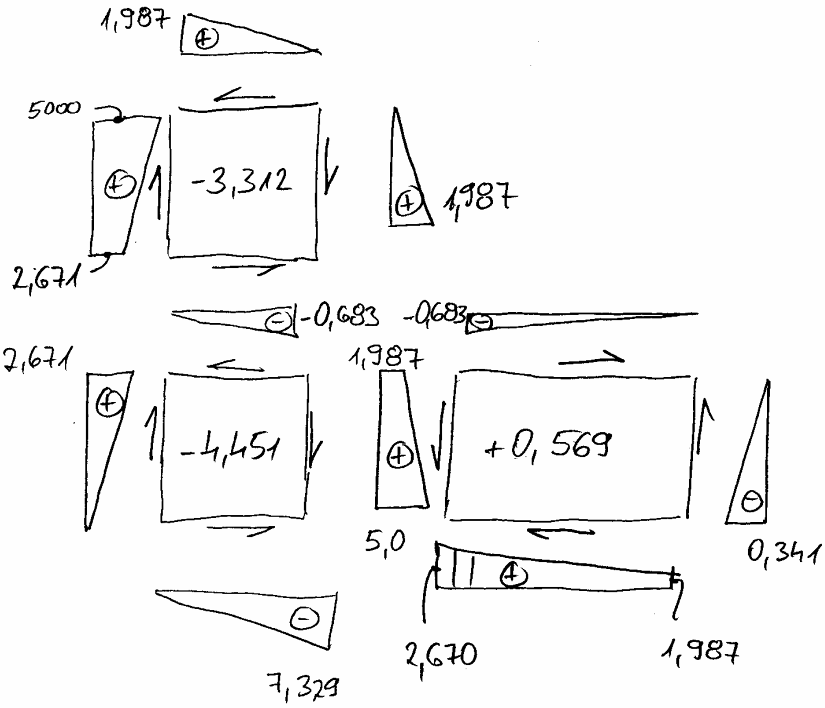
4. Feladat *(25 pont)*: A vázolt törttengelyű tartó minden rúdja azonos anyagú (E=áll.), húzó-nyomó merevsége végtelen és a két darab F koncentrált erő terheli. Minden rúd másodrendű nyomatéka azonos (I)!



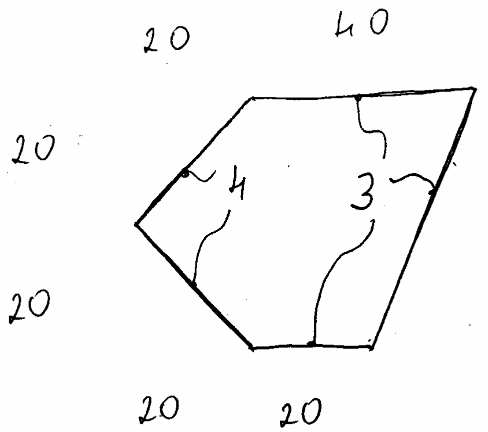
Mozgásmódszerrel határozza meg a tartó hajlító nyomatéki ábráját!

Adatok: $IE = \text{const.}$; $AE = \infty$; $F = 4\,\mathrm{kN}$

(2) $N = N_0 + X_1 \cdot N_1 [kN] \quad t = t_0 + t_1 \cdot X_1 \left[\frac{kN}{m}\right]$



(1)



$l = 1,3\ m \qquad G = 80\ GPa$

$M_{cs} = 1,1\ kNm$

$\tau_{cs} = \frac{M_{cs}}{v \cdot \omega_f} \qquad \tau = max$ ha $v = min$

$\tau_{cs\,max} = \frac{M_{cs}}{v_{min} \cdot \omega_f} = \frac{1,1 \cdot 10^6}{3 \cdot 3200} = 114,58\ MPa$

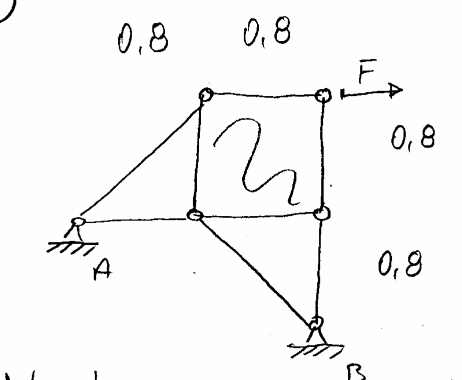
$\omega_f = 2\left[60 \cdot 40 - 20 \cdot 20 - \frac{40 \cdot 20}{2}\right] = 3200\ mm^2$

$\varphi = \frac{M_{cs} \cdot l}{I_t \cdot G} = \frac{1,1 \cdot 10^6 \cdot 1300}{208769,73 \cdot 80 \cdot 10^3} = 0,0856\ rad = 4,906°$

$I_t = \frac{\omega_f^2}{\oint \frac{ds}{v}} = \frac{3200^2}{49,05} = 208769,73\ mm^4 \qquad \oint \frac{ds}{v} = 2 \cdot \frac{20 \cdot \sqrt{2}}{4} + \frac{20}{3} + \frac{44,721}{3} + \frac{40}{3} =$

$= 49,05$

(2)

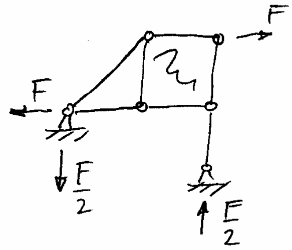


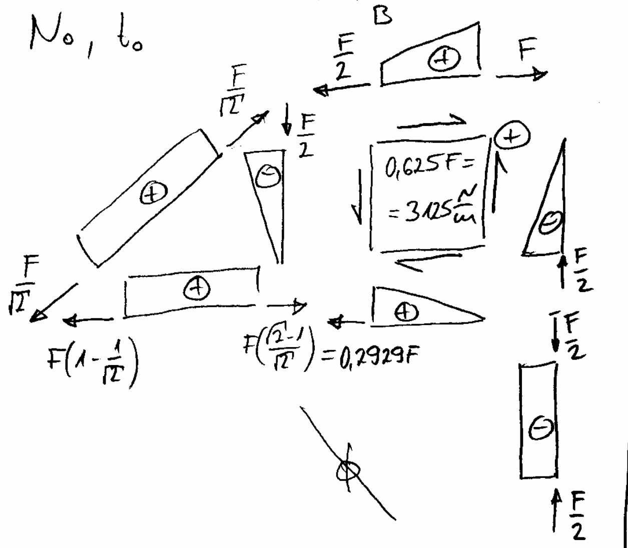
$F = 5\,kN$

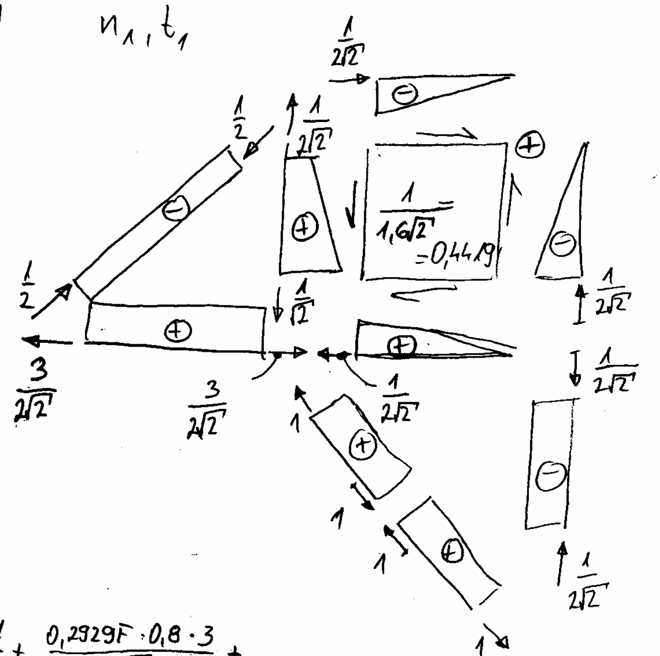
$AE = 8 \cdot 10^7\,N$

$G \cdot \nu = 3{,}8461538 \cdot 10^7\,\frac{N}{m}$

1 szeresen határozatlan! ⇒







$$\delta_{10} = \int \frac{N_0 \cdot n_1}{AE} ds + \int \frac{t_0 \cdot t_1}{G \cdot \nu} dA = \frac{1}{AE}\left[\frac{-F}{\sqrt{2}} \cdot \frac{0{,}8\sqrt{2} \cdot 1}{2} + \frac{0{,}2929F \cdot 0{,}8 \cdot 3}{2\sqrt{2}} + \right.$$

$$+ \frac{0{,}8}{6}\left(-\frac{F}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - 4 \cdot \frac{F}{4} \cdot \frac{3}{4\sqrt{2}} + 0\right) + \frac{0{,}8}{6}\left(-\frac{F}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - 4 \cdot \frac{3F}{4} \cdot \frac{1}{4\sqrt{2}} + 0\right) + \frac{0{,}2929F \cdot 0{,}8}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} +$$

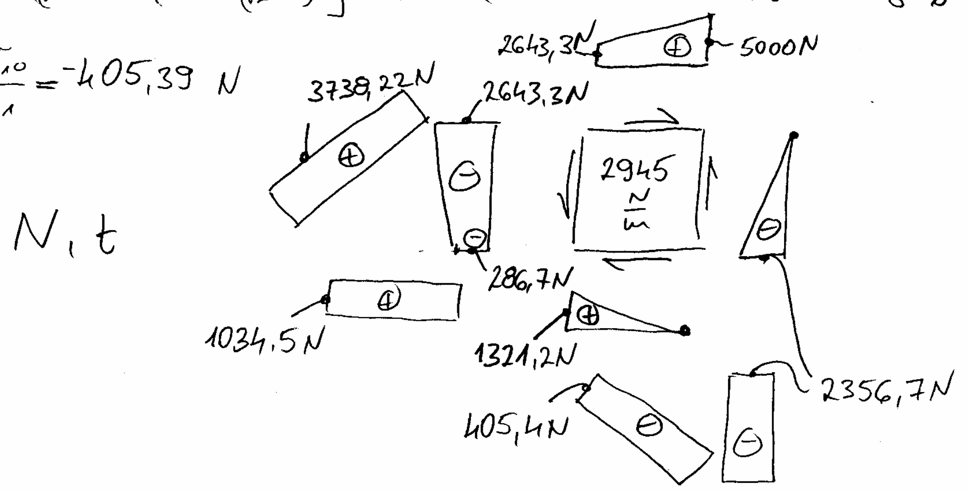
$$\left. + \frac{F}{2} \cdot \frac{0{,}8}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{F \cdot 0{,}8}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}\right] + \frac{1}{G \cdot \nu}\left[0{,}625F \cdot \frac{1}{1{,}6\sqrt{2}} \cdot 0{,}8^2\right] = \frac{-0{,}12385F}{AE} + \frac{0{,}17678F}{G \cdot \nu} =$$

$$= 1{,}524 \cdot 10^{-5}$$

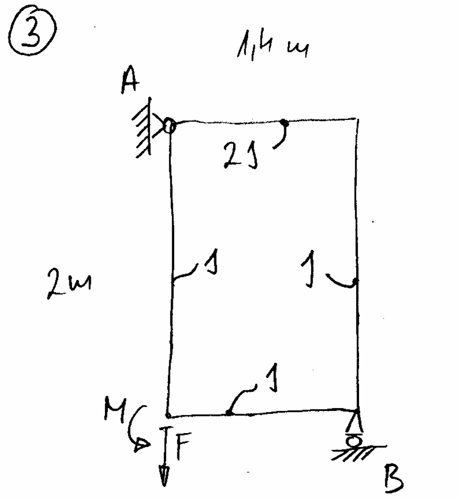
$$\delta_{11} = \int \frac{n_1 \cdot n_1}{AE} ds + \int \frac{t_1 \cdot t_1}{G \cdot \nu} dA = \frac{1}{AE}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 0{,}8\sqrt{2} + \left(\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2 0{,}8 + 1^2 \cdot 0{,}8\sqrt{2} + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 0{,}8 + \cancel{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{0{,}8}{2} \cdot \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \right.$$

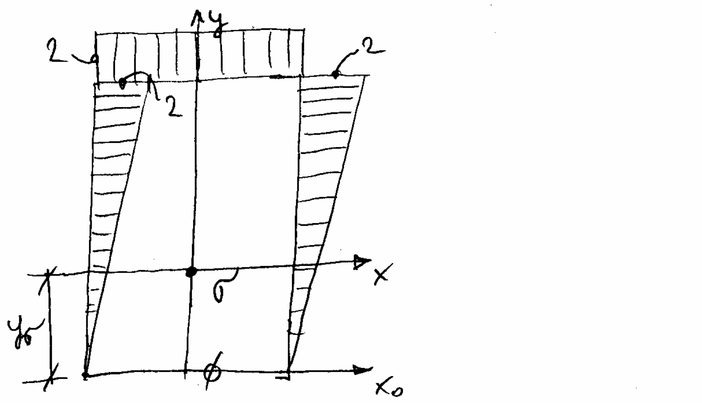
$$\left. + \frac{0{,}8}{6}\left(\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 + 4\left(\frac{3}{4\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)\right] + \frac{1}{G \cdot \nu}\left[\left(\frac{1}{1{,}6 \cdot \sqrt{2}}\right)^2 \cdot 0{,}8^2\right] = \frac{2{,}7475}{AE} + \frac{0{,}125}{G \cdot \nu} = 3{,}7594 \cdot 10^{-8}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -405{,}39\ N$$



3

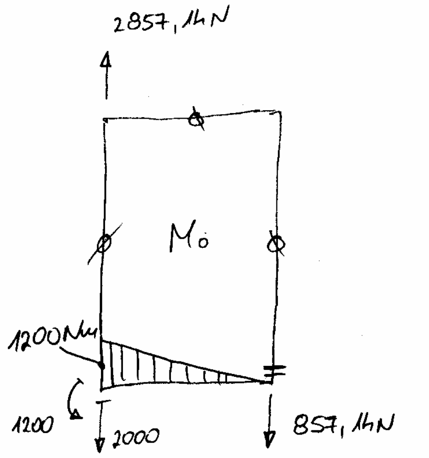


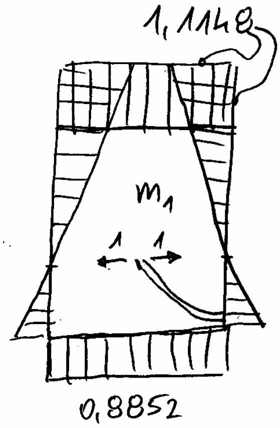


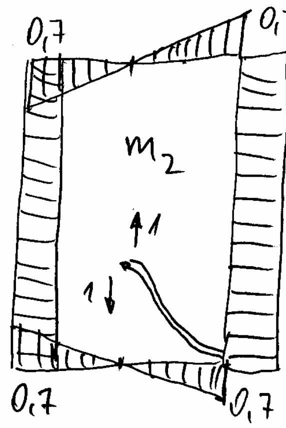
$$S^*_{x0} = \int \frac{y}{IE}\,ds = \frac{1}{IE}\left[\frac{2\cdot 2}{2} + 0 + \frac{2\cdot 2}{2}\right] + \frac{1}{2IE}\left[2\cdot 1{,}4\right] = \frac{5{,}4}{IE}$$

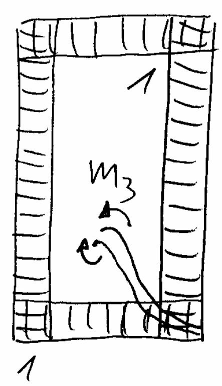
$$y_\sigma = \frac{S^*_{x0}}{L_s} = \frac{5{,}4}{6{,}1} = 0{,}8852\ m$$

$$L_s = \int \frac{ds}{IE} = \frac{1}{IE}\left[2 + 1{,}4 + 2\right] + \frac{1}{2IE}\left[1{,}4\right] = \frac{6{,}1}{IE}$$









$$\delta_{10} = \int \frac{M_0 \cdot m_1}{IE}\,ds = \frac{1}{IE}\left[-\frac{1200\cdot 1{,}4}{2}\cdot 0{,}8852\right] = -\frac{743{,}568}{IE}$$

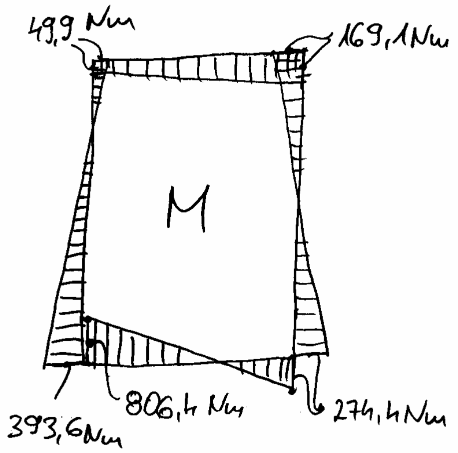
$$\delta_{20} = \int \frac{M_0 \cdot m_2}{IE}\,ds = \frac{1}{IE}\left[\frac{1{,}4}{6}\left(1200\cdot 0{,}7 + 4\cdot 0 + 0\right)\right] = \frac{196}{IE}$$

$$\delta_{30} = \int \frac{M_0 \cdot m_3}{IE}\,ds = \frac{1}{IE}\left[\frac{1200\cdot 1{,}4}{2}\cdot 1\right] = \frac{840}{IE}$$

$$\delta_{11} = \int \frac{m_1 \cdot m_1}{IE}\,ds = \frac{1}{IE}\left[2\cdot\frac{2}{6}\left(1{,}1148^2 + 4\cdot 0{,}1148^2 + 0{,}8852^2\right) + 0{,}8852^2\cdot 1{,}4\right] + \frac{1}{2IE}\left[1{,}1148^2\cdot 1{,}4\right] = \frac{3{,}353}{IE}$$

$$\delta_{22} = \int \frac{m_2 \cdot m_2}{IE}\,ds = \frac{1}{IE}\left[2\cdot 0{,}7^2\cdot 2 + \frac{0{,}7^2\cdot 1{,}4}{3}\right] + \frac{1}{2IE}\left[\frac{0{,}7^2\cdot 1{,}4}{3}\right] = \frac{2{,}303}{IE}$$

$$\delta_{33} = \int \frac{m_3 \cdot m_3}{IE}\,ds = \frac{1}{IE}\left[2\cdot 1^2\cdot 2 + 1^2\cdot 1{,}4\right] + \frac{1}{2IE}\left[1^2\cdot 1{,}4\right] = \frac{6{,}1}{IE}$$



$$\begin{bmatrix} 3{,}353 & 0 & 0 \\ 0 & 2{,}303 & 0 \\ 0 & 0 & 6{,}1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 743{,}568 \\ -196 \\ -840 \end{bmatrix} \Rightarrow x_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = 221{,}76\ N$$

$$x_2 = -\frac{\delta_{20}}{\delta_{22}} = -85{,}1\ N$$

$$x_3 = -\frac{\delta_{30}}{\delta_{33}} = -137{,}7\ Nm$$

$$M = M_0 + X_1\cdot m_1 + X_2\cdot m_2 + X_3\, m_3$$