

# A kifáradási élettartam meghatározása

(segédlet a Szerkezetfárasztás tantárgyhoz)

Készítette:

**Dóra Sándor**

tudományos segédmunkatárs

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Közlekedésmérnöki Kar

Járműváz- és Könnyűszerkezetek Tanszék

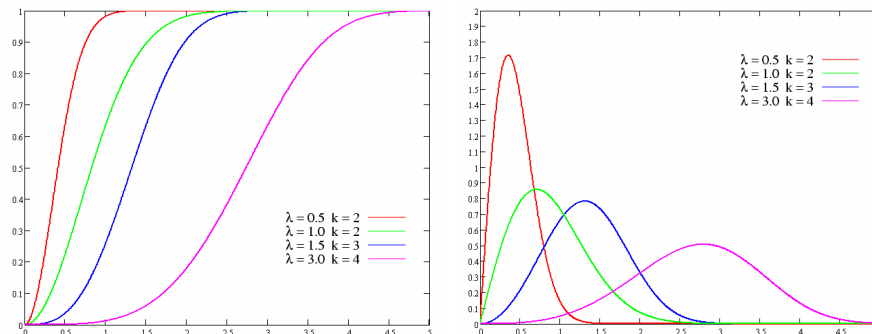


## Weibull eloszlás

Eloszlásfüggvény (2-paraméteres):

$$P(N) = 1 - e^{-\left(\frac{N}{\beta}\right)^\alpha}$$

Az eloszlás- és sűrűségfüggvény grafikonja (Wikipedia):



### Weibull eloszlás

Eloszlásfüggvény (2-paraméteres):

$$P(N) = 1 - e^{-\left(\frac{N}{\beta}\right)^\alpha}$$

$$\frac{1}{1 - P(N)} = e^{\left(\frac{N}{\beta}\right)^\alpha}$$

Linearizálás:

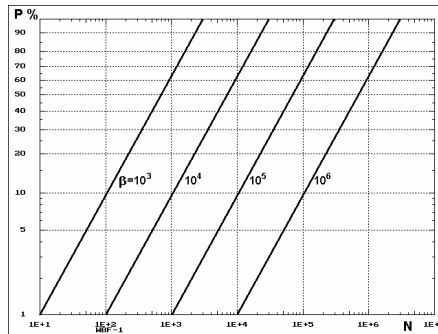
$$x = \ln N$$

$$y = ax + b$$

$$a = \alpha$$

$$y = \ln \ln \frac{1}{1 - P}$$

$$b = -\alpha \ln \beta$$



### Weibull eloszlás

Eloszlásfüggvény (2-paraméteres):

$$P(N) = 1 - e^{-\left(\frac{N}{\beta}\right)^\alpha}$$

$$\frac{1}{1 - P(N)} = e^{\left(\frac{N}{\beta}\right)^\alpha}$$

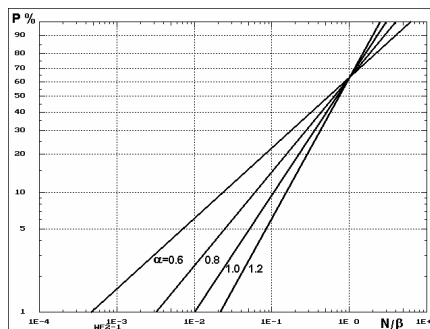
Linearizálás:

$$x = \ln \frac{N}{\beta}$$

$$y = ax$$

$$a = \alpha$$

$$y = \ln \ln \frac{1}{1 - P}$$



## Weibull eloszlás

Három-paraméteres alak:

$$P(N) = 1 - e^{-\left(\frac{N-N_0}{\beta}\right)^\alpha}$$

$$\frac{1}{1-P(N)} = e^{\left(\frac{N-N_0}{\beta}\right)^\alpha}$$

$$\varepsilon = \frac{N_0}{\beta}$$

$$P(N) = 1 - e^{-\left(\frac{N}{\beta} - \varepsilon\right)^\alpha}$$

$$\frac{1}{1-P(N)} = e^{\left(\frac{N}{\beta} - \varepsilon\right)^\alpha}$$

Linearizálás:

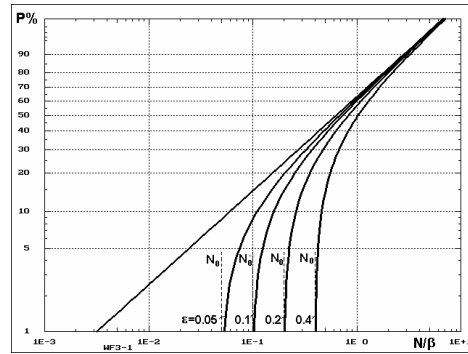
$$x = \ln(N - N_0)$$

$$x = ay + b$$

$$y = \ln \ln \frac{1}{1-P}$$

$$a = \frac{1}{\alpha}$$

$$b = \ln \beta$$



## Besorolás

Egyenletes eloszlás:  $P_i = \frac{i}{j+1}$

Gauss eloszlás:  $P_i = \frac{i-0,5}{j}$

További javaslat:  $P_i = \frac{i-0,3}{j+0,4}$

Általános eset (Median rank):

$$\sum_{k=0}^{i-1} \binom{j}{k} P_i^k (1-P_i)^{j-k} = 0,5$$

Megjegyzés: tetszőleges eloszlású valószínűségi változó előállítására egyenletes eloszlásból

$$\eta(\omega) = F_\eta^{-1}(\xi(\omega)) \quad \xi(\omega) \sim E(0,1)$$

## Eloszlásfüggvény illesztése

Általános megfogalmazás:

$$y = F(x, a_1, \dots, a_n)$$

$H = \text{hibafüggvény}$

$H = \min!$

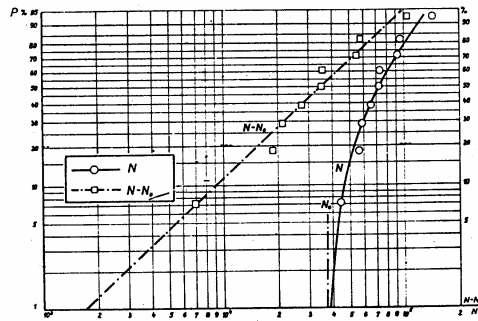
$$\frac{\partial H}{\partial a_1} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial a_n} = 0$$

Weibull függvény esetén:

$$x = ay + b$$

$$\Delta_j = \sqrt{\frac{j-n}{j} \sum_{i=1}^j \frac{N(P_i) - N_i}{N(P_i)}}$$



## Technológiai kísérletek értékelése

Két-paraméteres szóráskép:

$$P = P(x, N)$$

$$N = N(x, P)$$

Felírás szorzat alakban:

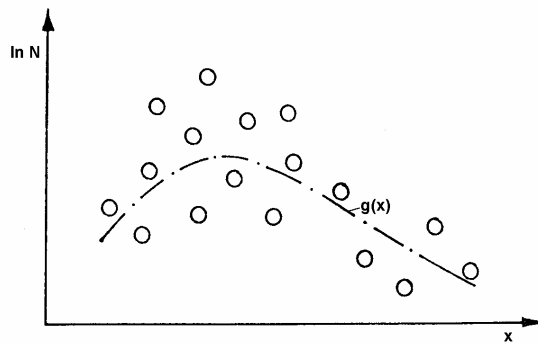
$$N = f(x)N(P)$$

$$N = e^{g(x)}N(P)$$

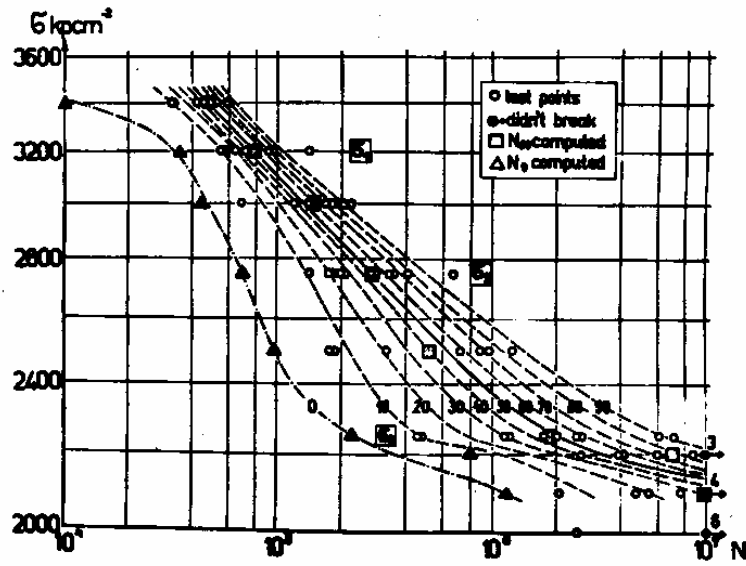
$$\ln N = g(x) + \ln N(P)$$

Súlyozott élettartam:

$$N(P) = \frac{N}{f(x)} = \frac{N}{e^{g(x)}}$$



### Wöhler-görbe



### Károsodás-halmozódás

Egy ciklus által okozott károsodás:  $d(\sigma)$

$n$  ciklus által okozott károsodás:  $D_i = n_i \cdot d(\sigma_i)$

Összes károsodás:  $D = \sum_{(i)} D_i = \sum_{(i)} n_i \cdot d(\sigma_i)$

Törést okozó ciklusszám:  $N_i \cdot d(\sigma_i) = 1$

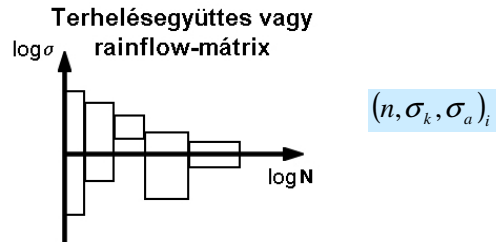
$$d(\sigma_i) = \frac{1}{N_i} \longrightarrow D_i = \frac{n_i}{N_i}$$

Palmgren-Miner (lineáris) károsodás-halmozódási elv:

$$D = \sum_{(i)} \frac{n_i}{N_i}$$

## Terhelésegüttes alkalmazása

Terhelésegüttes:



Wöhler-görbe:  $N(\sigma_a)$

Középfeszültség figyelembevétele:  $N(\sigma_k, \sigma_a)$

Károsodás az i. blokkban:  $D_i = \frac{n_i}{N(\sigma_{k,i}, \sigma_{a,i})}$

## Repedésterjedés

Feszültségintenzitási tényező:

$$K = \sigma \sqrt{a \pi \phi}$$

Feszültségingadozás:

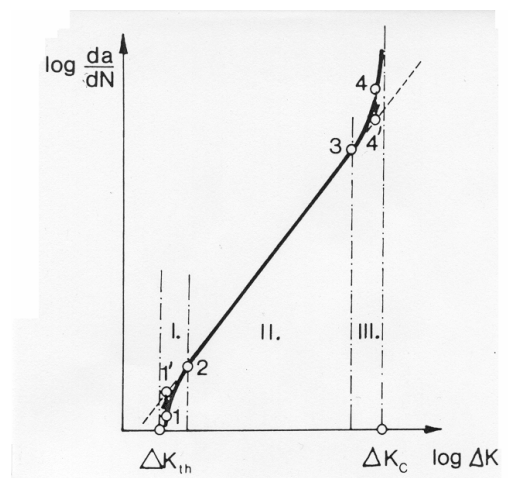
$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$$

Repedésterjedési sebesség:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K)$$

$$\frac{da}{dN} = C_p (\Delta K)^n$$

$$\Delta K_c = (1 - R) K_c$$



### Kettős linearis károsodáshalmozódási elv

$$n_1 < N_{01}$$

$$D_{01} = \frac{n_1}{N_{01}}$$

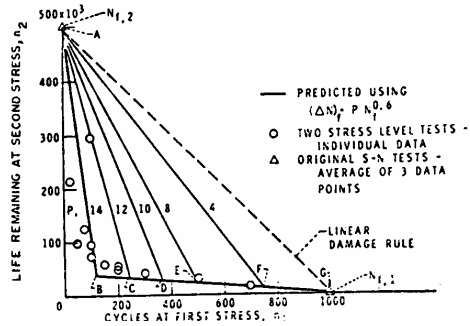
$$n_2 = N_{02} \left( 1 - \frac{n_1}{N_{01}} \right) + \Delta N_2$$

$$n_2 = - \left( \frac{N_{02}}{N_{01}} \right) n_1 + (N_{02} + \Delta N_2)$$

$$n_2 = N_2 - \frac{N_{02}}{N_{01}} n_1$$

$$x_2 = 1 - \frac{1}{N_2} \frac{N_{02}}{N_{01}} n_1$$

$$\sigma_1 > \sigma_2$$



### Kettős linearis károsodáshalmozódási elv

$$n_1 > N_{01}$$

$$\Delta D_1 = \frac{n_1 - N_{01}}{\Delta N_1}$$

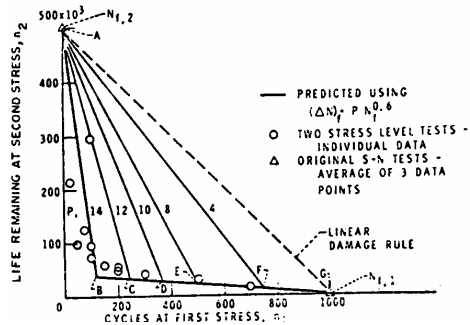
$$n_2 = \Delta N_2 \left( 1 - \frac{n_1 - N_{01}}{\Delta N_1} \right)$$

$$n_1 = - \left( \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} \right) n_2 + (N_{01} + \Delta N_1)$$

$$n_1 = N_1 - \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} n_2$$

$$x_1 = 1 - \frac{1}{N_1} \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} n_2$$

$$\sigma_1 > \sigma_2$$

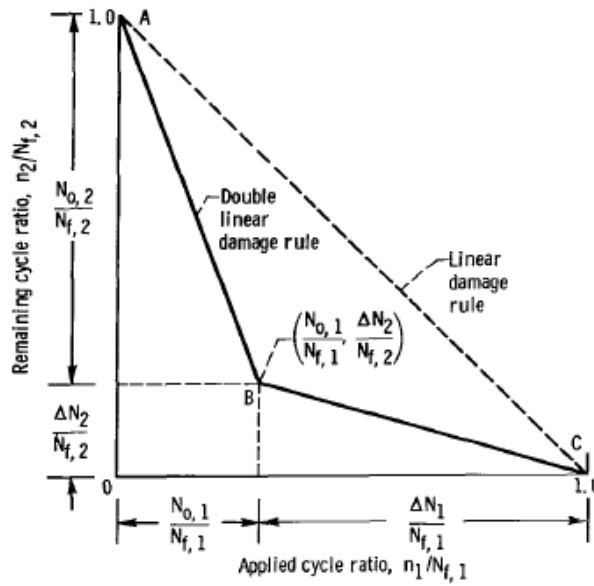


### Kettős linearis károsodáshalmozódási elv

$$n_1 = N_{01}$$

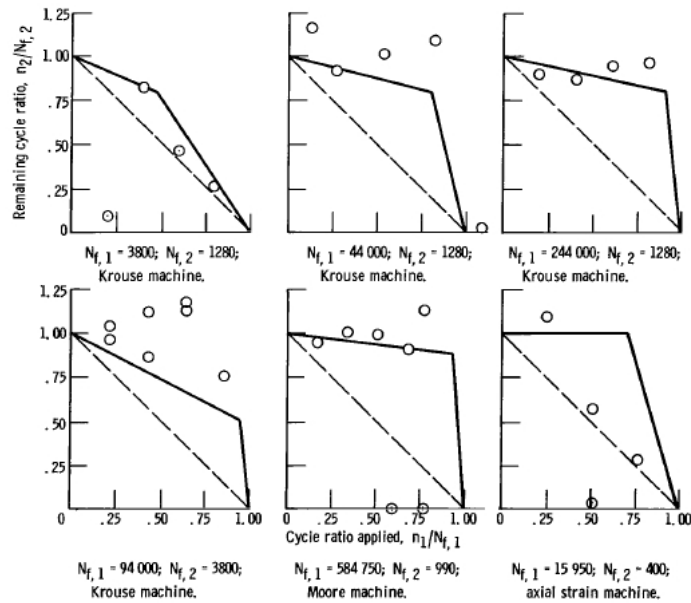
$$n_2 = \Delta N_2$$

$$\sigma_1 > \sigma_2$$



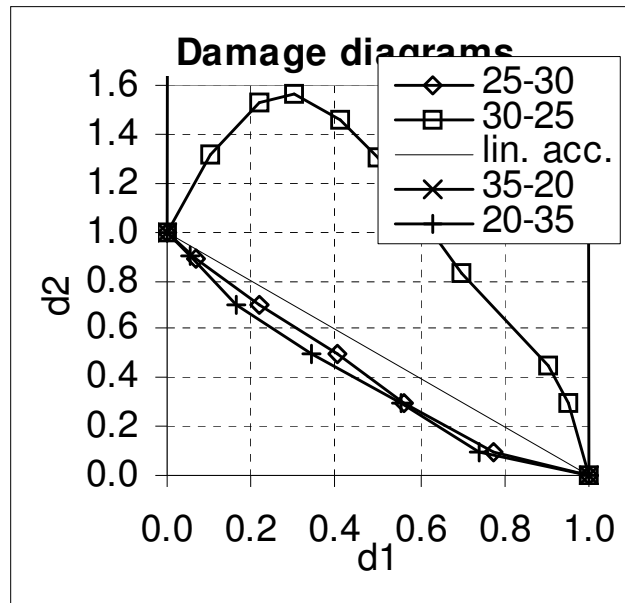
### Kettős linearis károsodáshalmozódási elv

$$\sigma_1 < \sigma_2$$





### Kettős linearis károsodáshalmozódási elv



### Irodalom

**Blumenauer, H. – Pusch, G.:** Technische Bruchmechanik, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1982

**Blumenauer, H. – Pusch, G.:** Műszaki törésmechanika, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987

**Broek, D.:** The Practical Use of Fracture Mechanics, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1989

**Csizmazia, Á – Czoboly, E.:** Determination of Plastic Zones in Compact Specimens of Aluminium, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, vol. 8. pp. 11-19, 1987

**Klesnil, M. – Lukas, P.:** Fatigue of Metallic Materials, Elsevier, Amsterdam, 1980