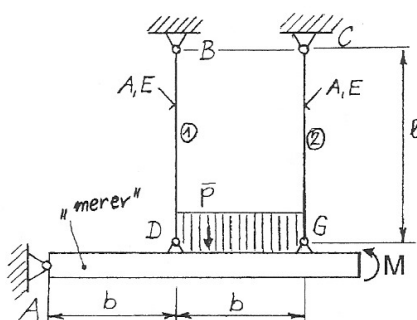


- 1. Feladat:** Az A-D-G merev gerendát a D-G szakaszon állandó intenzitású megoszló erőrendszer terheli. Az A csukló és a két rugalmas rúd tartja egyensúlyban.

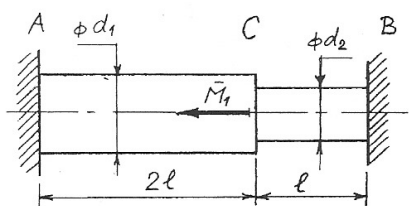


**Adatok:**  $b = 1,2 \text{ m}$      $l = 1,5 \text{ m}$      $A = 120 \text{ mm}^2$   
 $E = 200 \text{ GPa}$      $p = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$      $M = 18 \text{ kNm}$

**Kérdések:**

- Számítsa ki a kényszererőket!
- Számítsa ki a rudak keresztmetszetén a feszültségeket!
- Határozza meg a rudak hosszváltozását!

- 2. Feladat:** A mindkét végén befogott lépcsős tengelyt az  $M_1$  nyomatékú erőpár terheli.

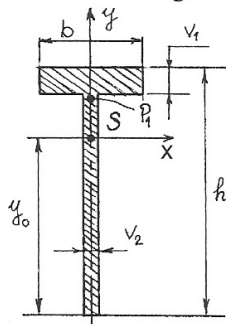
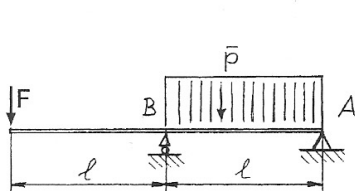


**Adatok:**  $d_1 = 60 \text{ mm}$      $d_2 = 50 \text{ mm}$      $l = 1 \text{ m}$   
 $G = 80 \text{ GPa}$      $M_1 = 5 \text{ kNm}$

**Kérdések:**

- Határozza meg az  $M_A$  és  $M_B$  kényszernyomatékokat!
- Számítsa ki a tengely A-C szakaszának  $\Delta\varphi_{AC}$  szögelfordulását!

- 3. Feladat:** A feladat a vázolt kéttámaszú tartó szilárdsági ellenőrzése!



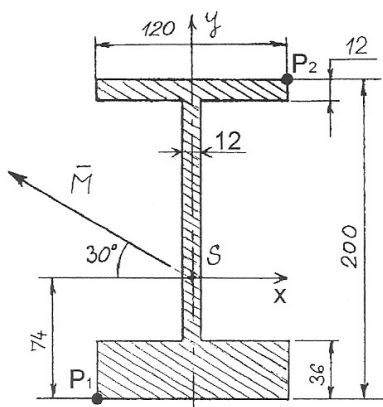
**Adatok:**  $p = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$      $F = 1,2 \text{ kNm}$   
 $l = 0,8 \text{ m}$      $h = 120 \text{ mm}$      $b = 50 \text{ mm}$   
 $v_1 = 12 \text{ mm}$      $v_2 = 6 \text{ mm}$

**Kérdések:**

- Állapítsa meg a  $\sigma_{\max}$  feszültség helyét és nagyságát!
- Állapítsa meg a  $\tau_{\max}$  feszültség helyét és nagyságát!
- Számítsa ki a B támasz fölötti

keresztmetszet  $P_1$  pontjában a  $\sigma_{(P_1)}$  és  $\tau_{(P_1)}$  feszültségeket!

- 4. Feladat:** Az ábrán egy rúd ferde hajlításra igénybevett keresztmetszete látható! A méretek mm-ben adottak!

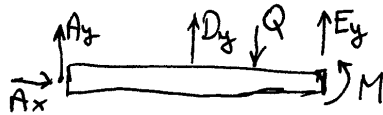
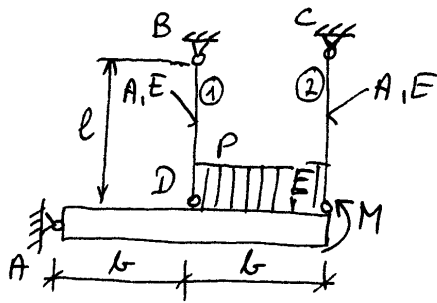


**Adatok:**  $M = 22 \text{ kNm}$      $I_x = 40,9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$      $I_y = 6,9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

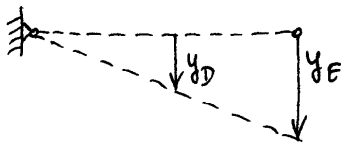
**Kérdések:**

- Határozza meg a semleges szál helyzetét!
- Határozza meg a keresztmetszet  $P_1$  és  $P_2$  pontjaiban a hajlításból adódó normál feszültségeket ( $\sigma_1, \sigma_2$ )!

1/1



$$Q = p \cdot l = 8 \cdot 1,2 = 9,6 \text{ kN}$$



$$l = 1,2 \text{ m} \quad L = 1,5 \text{ m} \quad A = 120 \text{ mm}^2$$

$$E = 200 \text{ GPa} \quad p = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad M = 18 \text{ kNm}$$

$$\sum M_A = 0 = M - Q \cdot \frac{3l}{2} + E_y \cdot 2l + D_y \cdot l \quad (1) \quad (3p)$$

$$\sum F_y = 0 = E_y - Q + D_y + A_y \quad (2) \quad (3p)$$

$$\sum F_x = 0 = A_x \quad (1p)$$

$$\frac{y_D}{l} = \frac{y_E}{2l} \quad (2p); \quad y_D = \frac{D_y \cdot l}{A \cdot E}; \quad y_E = \frac{E_y \cdot l}{A \cdot E} \quad (2p)$$

$$2 \cdot \frac{D_y \cdot l}{A \cdot E} = \frac{E_y \cdot l}{A \cdot E}$$

$$2 \cdot D_y = E_y \quad (1p) \quad (3)$$

$$(3) \rightarrow (1): M - \frac{3}{2} Q \cdot l + 4l \cdot D_y + l \cdot D_y = 0 \quad (4)$$

$$(3) \rightarrow (2): 2D_y - Q + D_y + A_y = 0 \Rightarrow D_y = \frac{Q - A_y}{3} \quad (5)$$

$$(5) \rightarrow (4): M - \frac{3}{2} Q \cdot l + \frac{5}{3} l \cdot Q - \frac{5}{3} l \cdot A_y = 0$$

$$A_y = \frac{M + \frac{Q \cdot l}{6}}{\frac{5}{3} l} = \frac{3}{5} \frac{M}{l} + \frac{Q}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{18}{1,2} + \frac{9,6}{10} = 9,96 \text{ kN} \uparrow$$

$$D_y = \frac{Q - A_y}{3} = \frac{9,6 - 9,96}{3} = -0,12 \text{ kN} \downarrow$$

$$E_y = -0,24 \text{ kN} \downarrow$$

$$A_x = 0 \text{ N}$$

$$B_x = 0 \text{ N}$$

$$C_x = 0 \text{ N}$$

$$A_y = 9,96 \text{ kN} \uparrow$$

$$B_y = D_y = 0,12 \text{ kN} \downarrow$$

$$C_y = E_y = 0,24 \text{ kN} \downarrow$$

(5p)

$$\sigma_1 = \frac{-B_y}{A} = \frac{-120}{120 \cdot 10^{-6}} = -10^6 \text{ Pa} = -1 \text{ MPa} \text{ nyomatt a rúd} \quad (2p)$$

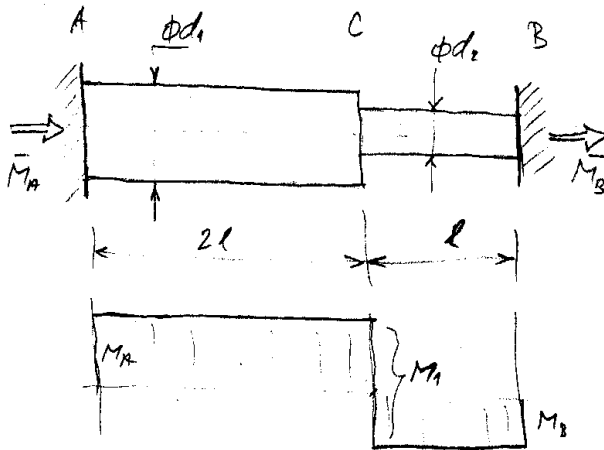
$$\sigma_2 = \frac{-C_y}{A} = \frac{-240}{120 \cdot 10^{-6}} = -2 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -2 \text{ MPa} \text{ nyomatt a rúd} \quad (2p)$$

$$\lambda_1 = \frac{-B_y \cdot l}{A \cdot E} = \frac{-120 \cdot 1,5}{120 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = -7,5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (2p)$$

$$\lambda_2 = \frac{-C_y \cdot l}{A \cdot E} = \frac{-240 \cdot 1,5}{120 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{11}} = -1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (2p)$$

1. PÖTZEN

(2.) feladat



$$(1) M_A + M_B - M_1 = 0$$

$$(2) \frac{M_A \cdot 2l}{J_{p1} G} = \frac{M_B l}{J_{p2} G}$$

$$M_A = \frac{J_{p1}}{J_{p2}} \cdot \frac{M_B}{2} = \frac{d_1^4}{d_2^4} \cdot \frac{M_B}{2}$$

$$M_A = \frac{60^4}{50^4} \cdot \frac{M_B}{2} = \frac{1.2^4}{2} M_B = 1.0368 M_B$$

$$(1) \rightarrow M_1 = 1.0368 M_B + M_B = 2.0368 M_B$$

$$M_B = \frac{M_1}{2.0368} = 2.455 \text{ kNm} \rightarrow M_A = 2.545 \text{ kNm}$$

$$\Delta \varphi_{AC} = \frac{M_A \cdot 2l}{J_{p1} G} = \frac{M_A \cdot 2l}{\frac{d_1^4 \pi}{32} \cdot G} = \frac{64 M_A l}{d_1^4 \pi G} = \frac{64 \cdot 2545 \cdot 1}{0.06^4 \pi \cdot 80 \cdot 10^9} = 0.050 \text{ rad}$$

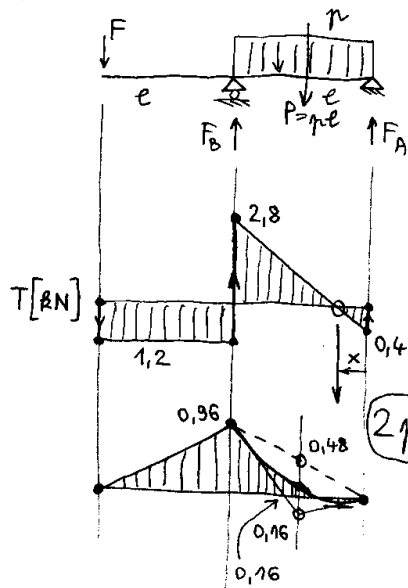
$$\Delta \varphi_{AC} = 0.050 \text{ rad} = 2.865^\circ$$

$$J_{p1} = \frac{d_1^4 \pi}{32} = 1272345 \text{ mm}^4$$

$$J_{p2} = \frac{d_2^4 \pi}{32} = 613592.3 \text{ mm}^4$$

$$\frac{\text{Nm} \cdot \text{m}}{\frac{\text{m}^4}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}$$

1/3



$$F = 1,2 \text{ kN}$$

$$p = 4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$e = 0,8 \text{ m}$$

$$P = p \cdot e = 4 \cdot 0,8 = 3,2 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 = F \cdot 2e - F_B \cdot e + P \cdot \frac{e}{2}$$

$$F_B = 2F + \frac{1}{2}P = 2 \cdot 1,2 + \frac{1}{2} \cdot 3,2 = 4 \text{ kN} (\uparrow)$$

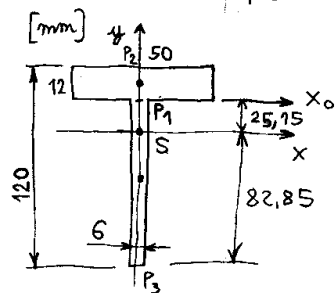
$$\sum F_y = 0 = -F + F_B - P + F_A$$

$$F_A = F - F_B + P = 1,2 - 4 + 3,2 = 0,4 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$T(x) = 0,4 - p \cdot x = 0$$

$$x = \frac{0,4}{4} = 0,1 \text{ m}$$

$$M(x) = F_A x - p \frac{x^2}{2} = 0,4 \cdot 0,1 - 4 \frac{0,1^2}{2} = 0,02 \text{ kNm}$$



$$y_s = \frac{(+6) \cdot 50 \cdot 12 + (-54) \cdot 6 \cdot 108}{50 \cdot 12 + 6 \cdot 108} = \frac{-31392}{1248} = -25,15 \text{ mm}$$

$$I_x = \frac{12^3 \cdot 50}{3} + \frac{108^3 \cdot 6}{3} - 25,15^2 \cdot 1248 = 1,759 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

a.)  $M_{\max} = 960 \text{ Nm} \rightarrow M_x = +960 \text{ Nm}$  a B pontban

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{P2} = \frac{+960 \cdot 10^3}{1,759 \cdot 10^6} \cdot (+37,15) = 20,28 \text{ MPa}$$

$$|\sigma|_{\max} = \left( \frac{M_x}{I_x} y_{P3} \right) = \frac{-960 \cdot 10^3}{1,759 \cdot 10^6} \cdot (-82,85) = 45,22 \text{ MPa}$$

b.)  $T_{\max} = 2,8 \text{ kN}$  a B támasztól jobbra az S súlypontban



$$S_x = 37,15 \cdot 50 \cdot 12 + 12,575 \cdot 6 \cdot 25,15 = 2,06 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$



$$S_x = 41,425 \cdot 6 \cdot 82,85 = 2,06 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$

$$r = 6 \text{ mm}$$

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{I_x} \frac{S_x}{r} = \frac{2800}{1,759 \cdot 10^6} \frac{2,06 \cdot 10^4}{6} = 5,465 \text{ MPa}$$

$$c.) \quad \sigma_{P_1} = \frac{M_x}{I_x} y_{P_1} = \frac{+960 \cdot 10^3}{1,759 \cdot 10^6} (+25,15) = 13,73 \text{ MPa}$$

$$S_x^{(P_1)} = 31,15 \cdot 50 \cdot 12 = 18690 \text{ mm}^3$$

$$r = 6 \text{ mm}$$

$$\tau_{P_1} = \frac{T_{max}}{I_x} \frac{S_x^{(P_1)}}{r} = \frac{2800}{1,759 \cdot 10^6} \frac{18690}{6} = 4,958 \text{ MPa}$$

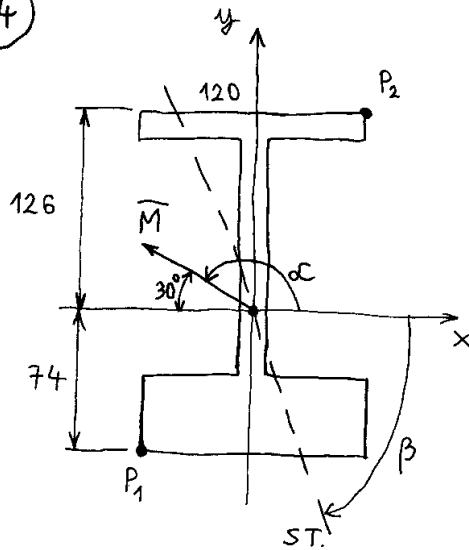
(2p)

(1p)

(1p)

(2p)

(1/4)



$$M = 22 \text{ kNm}$$

$$I_x = 40,9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 6,9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

(3p)

$$\alpha = 150^\circ$$

$$\tan \beta = \frac{I_x}{I_y} \tan \alpha = \frac{40,9}{6,9} \tan 150^\circ = -3,422 \rightarrow \boxed{\beta = -73,71^\circ}$$

(1p)

(3p)

$$M_x = M \cos \alpha = 22 \cos 150^\circ = -19,05 \text{ kNm}$$

(3p)

$$M_y = M \sin \alpha = 22 \sin 150^\circ = +11 \text{ kNm}$$

(3p)

$$\begin{aligned} \sigma_{P_1} &= \frac{M_x}{I_x} y_{P_1} - \frac{M_y}{I_y} x_{P_1} = \frac{-19,05 \cdot 10^6}{40,9 \cdot 10^6} (-74) - \frac{11 \cdot 10^6}{6,9 \cdot 10^6} (-60) = \\ &= 34,47 + 95,65 = \boxed{+130,1 \text{ MPa}} \end{aligned}$$

(3p)

(3p)

$$\begin{aligned} \sigma_{P_2} &= \frac{M_x}{I_x} y_{P_2} - \frac{M_y}{I_y} x_{P_2} = \frac{-19,05 \cdot 10^6}{40,9 \cdot 10^6} (+126) - \frac{11 \cdot 10^6}{6,9 \cdot 10^6} (+60) = \\ &= -58,69 - 95,65 = \boxed{-154,34 \text{ MPa}} \end{aligned}$$

(3p)

(3p)