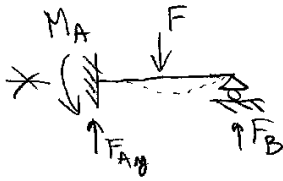
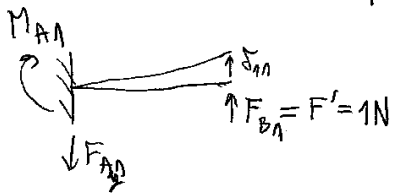


## Elméleti összefoglaló:



$$F' \cdot \delta_{B0} = \int \frac{M_0 m_1}{IE} ds$$

$$F' \cdot \delta_{A1} = \int \frac{m_1^2}{IE} ds$$



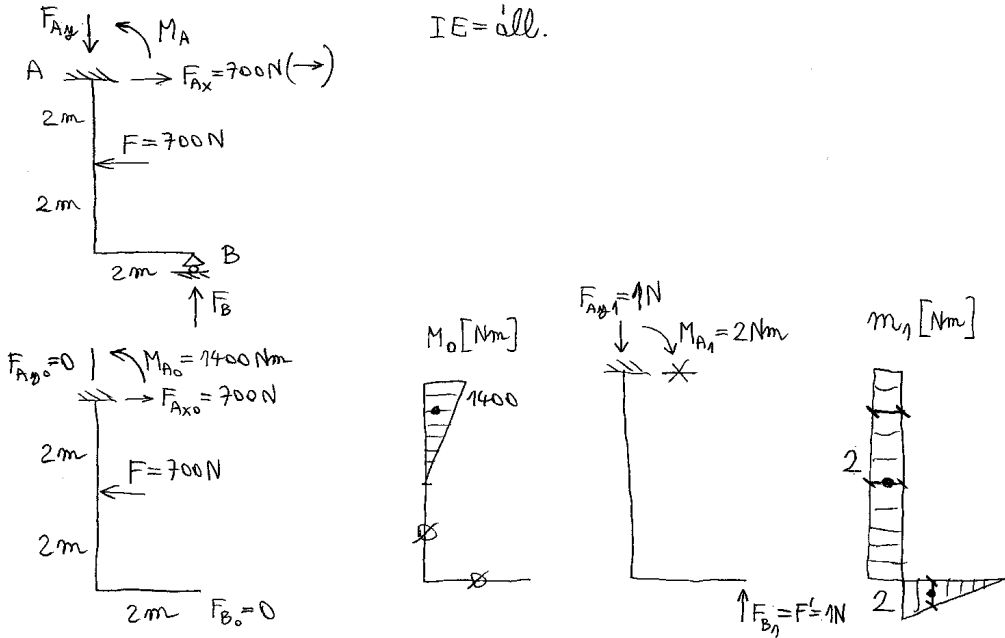
$$\delta_{B0} + X_1 \delta_{A1} = 0$$

$$F_{Ay} = F_{Ay0} + X_1 F_{Ay1}$$

$$M = M_0 + X_1 \cdot m_1$$

**1. példa:** Az előadás 1. feladata.

Rajzoljuk meg a végleges nyomatéki ábrát! Az alakváltozási munka meghatározásánál csak a hajlítást vegyük figyelembe!



$$F' \cdot \delta_{10} = \int \frac{M_0 m_1}{IE} ds = \frac{1}{IE} \left( -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1400 \cdot (2) + 0 + 0 \right) = \frac{-2800}{IE}$$

$$F' \cdot \delta_{11} = \int \frac{m_1^2}{IE} ds = \frac{1}{IE} \left( 4 \cdot 2 \cdot (2) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2\right) \right) = \frac{1}{IE} \frac{56}{3}$$

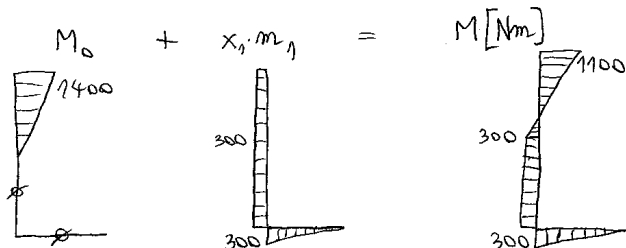
$$\delta_{10} + x_1 \delta_{11} = 0 \rightarrow x_1 = \frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{2800}{\frac{56}{3}} = +150$$

$$F_B = F_{B0} + x_1 \cdot F_{B1} = 0 + 150 \cdot 1 = 150 \text{ N } (\uparrow)$$

$$F_{Ax} = F_{Ax0} + x_1 \cdot F_{Ax1} = 700 + 150 \cdot 0 = 700 \text{ N } (\rightarrow)$$

$$F_{Ay} = F_{Ay0} + x_1 \cdot F_{Ay1} = 0 + 150 \cdot (1) = 150 \text{ N } (\downarrow)$$

$$M_A = M_{A0} + x_1 \cdot M_{A1} = 1400 + 150 \cdot (-2) = 1100 \text{ Nm } (\curvearrowright)$$

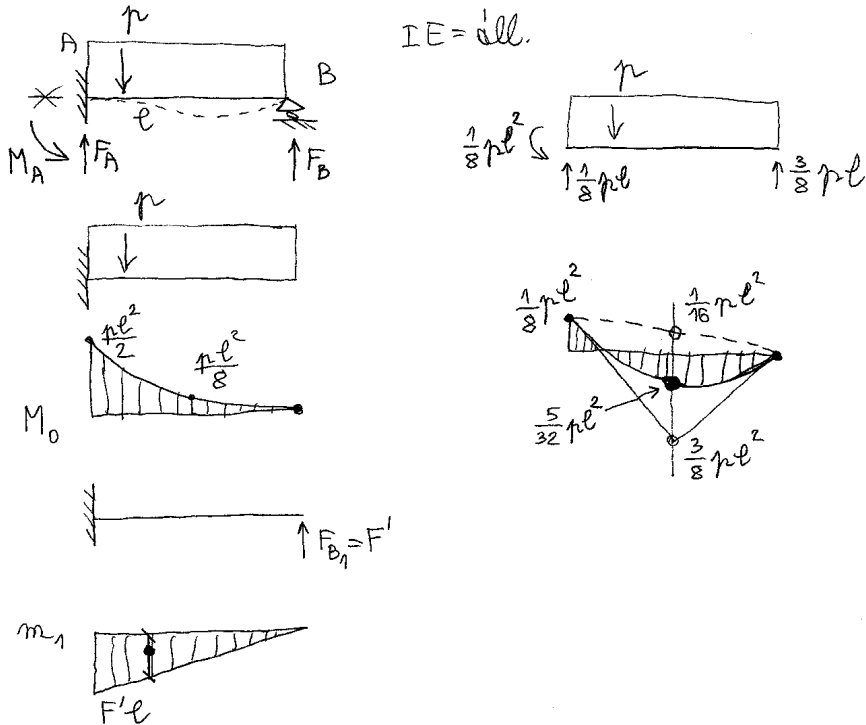


Megjegyzés:

A reakcióerőket és a végleges nyomatéki ábrát is a szuperpozíció módszerével számítottuk ki.

**2. példa:** Az előadás 2. feladata.

Rajzoljuk meg a végleges nyomatéki ábrát! Az alakváltozási munka meghatározásánál csak a hajlítást vegyük figyelembe!



$$F' \cdot \delta_{10} = \int \frac{M_0 m_1}{IE} ds = \frac{1}{IE} \begin{bmatrix} \frac{pl^2}{2} & \frac{pl^2}{8} & 0 \end{bmatrix} \frac{l}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F'l \\ F'l \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{IE} \begin{bmatrix} \frac{pl^3}{12} & \frac{pl^3}{48} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F'l \\ 2F'l \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{F'pl^4}{IE} \left( \frac{1}{12} + \frac{1}{24} \right) = \frac{1}{8} \frac{F'pl^4}{IE}$$

$$F' \cdot \delta_{11} = \int \frac{m_1^2}{IE} ds = \frac{1}{IE} \left( +1 \cdot e \cdot F'l \left( \frac{2}{3} F'l \right) \right) = \frac{1}{3} \frac{(F')^2 l^3}{IE}$$

$$\delta_{10} + x_1 \delta_{11} = 0 \rightarrow x_1 = \frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{\frac{1}{8} F'pl^4}{\frac{1}{3} (F')^2 l^3} = \frac{3}{8} \frac{pl}{F'}$$

$$\boxed{F_B = F_{B_0} + x_1 F_{B_1} = 0 + \frac{3}{8} \frac{pl}{F'} \cdot F' = \frac{3}{8} pl \uparrow}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A - pl + F_B \rightarrow \boxed{F_A = pl - F_B = pl - \frac{3}{8} pl = \frac{5}{8} pl \uparrow}$$

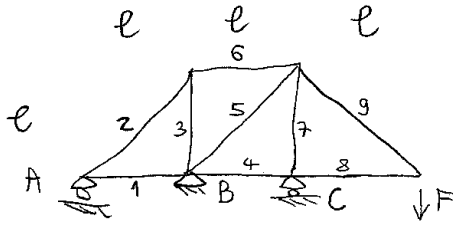
$$\Sigma M_A = 0 = M_A - pl \cdot \frac{l}{2} + F_B \cdot l \rightarrow \boxed{M_A = \frac{pl^2}{2} - \frac{3}{8} pl \cdot l = \frac{1}{8} pl^2 \curvearrowright}$$

Megjegyzés:

Az elvesztett támaszban ébredő reakción kívül a többi és a nyomatéki ábrát statikai egyenletekkel határoztuk meg.

**3. példa:** Az előadás 3. feladata.

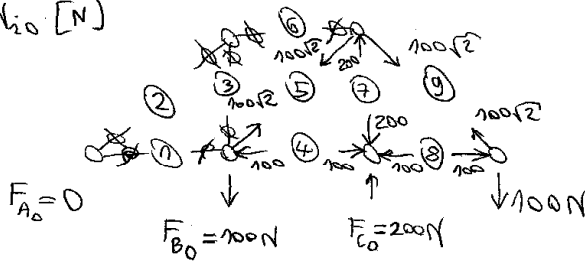
Számítsuk ki a reakcióerőket és a rúderőket!



$l = 1\text{ m}$   
 $AE = \text{áll.}$

$i$	$l_i [\text{m}]$	$A_i$	$E_i$	$N_{i0} [\text{N}]$	$m_{i1} [\text{N}]$	$N_{i0} m_{i1} l_i$	$\frac{m_{i1}^2 l_i}{A_i E_i}$	$N_i = N_{i0} + X_1 m_{i1} [\text{N}]$
1	1			0	-1	0	$\frac{1}{AE}$	-50
2	$\sqrt{2}$			0	$+\sqrt{2}$	0	$\frac{2\sqrt{2}}{AE}$	$+50\sqrt{2}$
3	1			0	-1	0	$\frac{1}{AE}$	-50
4	1			-100	0	0	0	-100
5	$\sqrt{2}$	A	E	$+100\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$-\frac{200\sqrt{2}}{AE}$	$\frac{2\sqrt{2}}{AE}$	$+50\sqrt{2}$
6	1			0	+1	0	$\frac{1}{AE}$	+50
7	1			-200	+1	$-\frac{200}{AE}$	$\frac{1}{AE}$	-150
8	1			-100	0	0	0	-100
9	$\sqrt{2}$			$+100\sqrt{2}$	0	0	0	$+100\sqrt{2}$

$N_{i0} [\text{N}]$

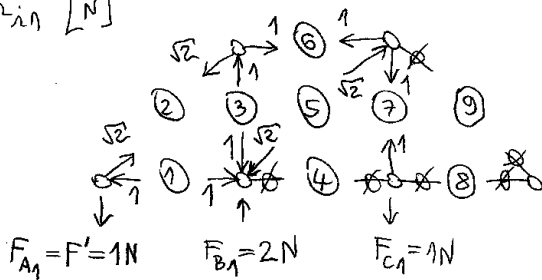


$$F_{A1} \cdot \delta_{A0} = \frac{-200(\sqrt{2}+1)}{AE}$$

$$F_{A1} \cdot \delta_{A1} = \frac{4(\sqrt{2}+1)}{AE}$$

$$X_1 = \frac{\delta_{A0}}{\delta_{A1}} = +50$$

$m_{i1} [\text{N}]$



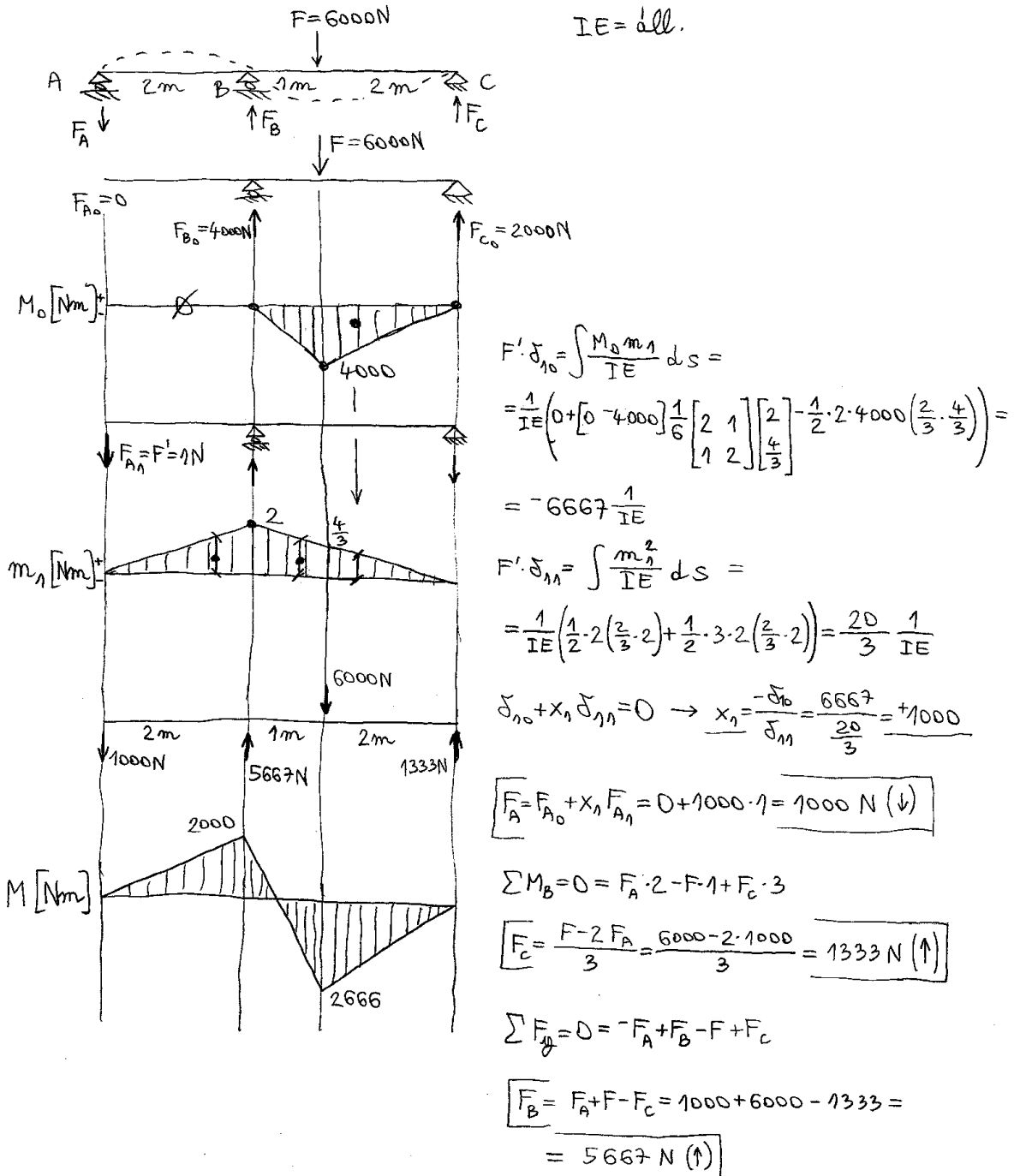
$$F_A = F_{A0} + X_1 F_{A1} = 0 + 50 \cdot 1 = 50\text{ N (↓)}$$

$$F_B = F_{B0} + X_1 F_{B1} = 100 + 50(-2) = 0$$

$$F_C = F_{C0} + X_1 F_{C1} = 200 + 50(-1) = 150\text{ N (↑)}$$

## 4. példa: A gyakorlat 1. feladata.

Rajzoljuk meg a végleges nyomatóki ábrát! Az alakváltozási munka meghatározásánál csak a hajlítást vegyük figyelembe!



## 5. példa: A gyakorlat 2. feladata.

Rajzoljuk meg a végleges nyomatóki ábrát! Az alakváltozási munka meghatározásánál csak a hajlítást vegyük figyelembe!

