Az általános Hooke-törvény összefüggést definiál a feszültség- és az alakváltozási állapot között. (anyagtörvény)

A feszültségállapot meghatározása az alakváltozási állapot alapján $\left(\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{\Phi}\right)$

Mátrix-egyenlet: $\mathbf{\Phi} = 2G\left(\mathbf{U} + \frac{U_I}{m-2}\mathbf{E}\right)$

Részletesen:
$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = 2G\left(\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} + \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z}{m-2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$$

Az egyenletek koordinátánként:

$$\sigma_x = 2G\left(\varepsilon_x + \frac{A_I}{m-2}\right) \;;\quad \sigma_y = 2G\left(\varepsilon_y + \frac{A_I}{m-2}\right) \;;\quad \sigma_z = 2G\left(\varepsilon_z + \frac{A_I}{m-2}\right)$$

$$\tau_{xy} = 2G \cdot \tfrac{1}{2}\gamma_{xy} \qquad \tau_{xz} = 2G \cdot \tfrac{1}{2}\gamma_{xz} \qquad \tau_{yz} = 2G \cdot \tfrac{1}{2}\gamma_{yz}$$

Az alakváltozási állapot meghatározása a feszültség állapot alapján $\left(\mathbf{\Phi} \rightarrow \mathbf{U}\right)$

Mátrix-egyenlet: $\mathbf{U} = \frac{1}{2G}\left(\mathbf{\Phi} - \frac{\Phi_I}{m+1}\mathbf{E}\right)$

Részletesen:
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \frac{1}{2G}\left(\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} - \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{m+1}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$$

Az egyenletek koordinátánként:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2G}\left(\sigma_x - \frac{F_I}{m+1}\right) \;;\quad \varepsilon_y = \frac{1}{2G}\left(\sigma_y - \frac{F_I}{m+1}\right) \;;\quad \varepsilon_z = \frac{1}{2G}\left(\sigma_z - \frac{F_I}{m+1}\right)$$

$$\tfrac{1}{2}\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{2G} \qquad \tfrac{1}{2}\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{2G} \qquad \tfrac{1}{2}\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{2G}$$

Az összefüggések a főirányok rendszerében is érvényesek. Ekkor a mátrixok diagonális alakúak:

$$\mathbf{\Phi}' = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \; ; \quad \mathbf{U}' = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

A feszültségállapot meghatározása a főirányok koordinátarendszerében $(\mathbf{U}' \to \mathbf{\Phi}')$

Mátrix-egyenlet: $\mathbf{\Phi}' = 2G\left(\mathbf{U}' + \dfrac{U_I}{m-2}\mathbf{E} \right)$

Részletesen: $\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = 2G\left(\begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} + \dfrac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{m-2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$

Az egyenletek koordinátánként:

$$\sigma_1 = 2G\left(\varepsilon_1 + \frac{U_I'}{m-2} \right) \; ; \quad \sigma_2 = 2G\left(\varepsilon_2 + \frac{U_I'}{m-2} \right) \; ; \quad \sigma_3 = 2G\left(\varepsilon_3 + \frac{U_I'}{m-2} \right)$$

Az alakváltozási állapot meghatározása a főirányok koordinátarendszerében $(\mathbf{\Phi}' \to \mathbf{U}')$

Mátrix-egyenlet: $\mathbf{U}' = \dfrac{1}{2G}\left(\mathbf{\Phi}' - \dfrac{\Phi_I}{m+1}\mathbf{E} \right)$

Részletesen: $\begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \dfrac{1}{2G}\left(\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} - \dfrac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{m+1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$

Az egyenletek koordinátánként:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2G}\left(\sigma_1 - \frac{\Phi_I'}{m+1} \right) \; ; \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{2G}\left(\sigma_2 - \frac{\Phi_I'}{m+1} \right) \; ; \quad \varepsilon_3 = \frac{1}{2G}\left(\sigma_3 - \frac{\Phi_I'}{m+1} \right)$$

Az általános Hooke-törvény egy további alakja:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y - \frac{\nu}{E}\sigma_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \frac{\sigma_y + \sigma_z}{m}\right]$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{1}{E}\sigma_y - \frac{\nu}{E}\sigma_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right] = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \frac{\sigma_x + \sigma_z}{m}\right]$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y + \frac{1}{E}\sigma_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{m}\right]$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \qquad \tau_{xz} = G\gamma_{xz} \qquad \tau_{yz} = G\gamma_{yz}$$

Az összefüggések a főirányok koordinátarendszerében is érvényesek:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\sigma_1 - \frac{\nu}{E}\sigma_2 - \frac{\nu}{E}\sigma_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \nu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right] = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{m}\right]$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\nu}{E}\sigma_1 + \frac{1}{E}\sigma_2 - \frac{\nu}{E}\sigma_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \nu\left(\sigma_1 + \sigma_3\right)\right] = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{m}\right]$$

$$\varepsilon_3 = -\frac{\nu}{E}\sigma_1 - \frac{\nu}{E}\sigma_2 + \frac{1}{E}\sigma_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \nu\left(\sigma_1 + \sigma_2\right)\right] = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{m}\right]$$

Összefüggések az anyagjellemzők között:

$$G = \frac{E}{2\left(1+\nu\right)}$$

$$\nu = \frac{1}{m}$$