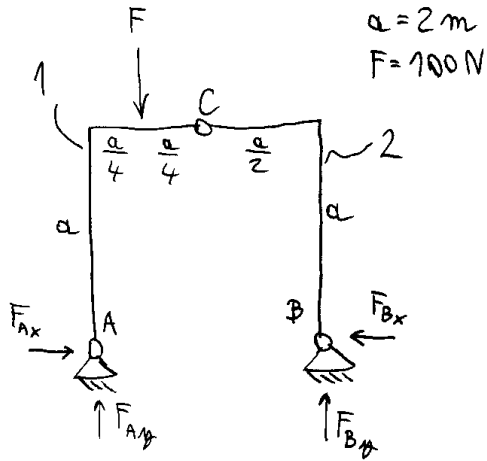


**1. példa:** A 2010.03.05.-ei gyakorlat 3. példája.

Számítsuk ki a reakcióerőket! (A félév második felében igénybevételi ábrákat is rajzolunk majd ehhez a szerkezethez.)



$$1.) \sum M_A = 0 = -F \frac{a}{4} + F_{By} a$$

$$\boxed{F_{By} = \frac{F}{4} = \frac{100}{4} = 25\text{ N} (\uparrow)}$$

$$2.) \sum F_y = 0 = F_{Ay} + F_{By} - F$$

$$\boxed{F_{Ay} = F - F_{By} = 100 - 25 = 75\text{ N} (\uparrow)}$$

$$3.) \sum M_C^{(2)} = 0 = F_{By} \frac{a}{2} - F_{Bx} a$$

$$\boxed{F_{Bx} = \frac{F_{By}}{2} = \frac{25}{2} = 12,5\text{ N} (\leftarrow)}$$

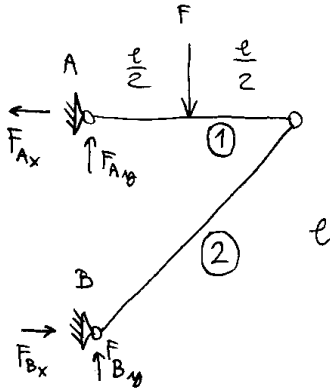
$$4.) \sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_{Bx}$$

$$\boxed{F_{Ax} = F_{Bx} = 12,5\text{ N} (\rightarrow)}$$

Megjegyzés: A támaszok vízszintesen egy vonalban vannak.

**2. példa:** Az előzőhöz hasonló példa.

Számítsuk ki a reakcióerőket! (A félv második felében igénybevételi ábrákat is rajzolunk majd ehhez a szerkezethez.)



$$1.) \sum M_A = 0 = -F \frac{l}{2} + F_{Bx} l$$

$$F_{Bx} = \frac{F}{2} (\rightarrow)$$

$$2.) \sum F_x = 0 = -F_{Ax} + F_{Bx}$$

$$F_{Ax} = \frac{F}{2} (\leftarrow)$$

$$3.) \sum M_C^{(1)} = 0 = F \frac{l}{2} - F_{Ay} l$$

$$F_{Ay} = \frac{F}{2} (\uparrow)$$

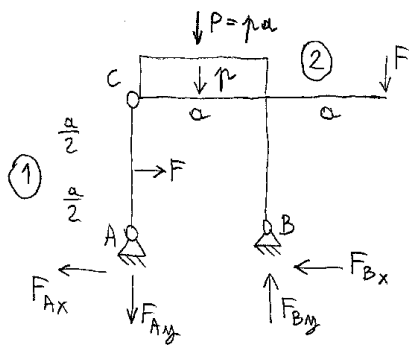
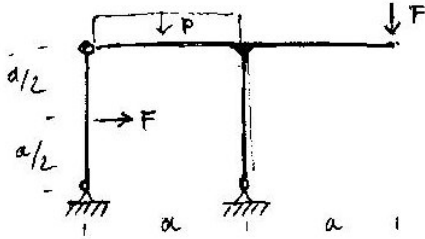
$$4.) \sum F_y = 0 = -F + F_{Ay} + F_{By}$$

$$F_{By} = \frac{F}{2} (\uparrow)$$

Megjegyzés: A támaszok függőlegesen egy vonalban vannak.

**3. példa:** A 2010.03.05.-ei gyakorlat 4. példája.

Számítsuk ki a reakciókat, és a jellemző értékek feltüntetésével rajzoljuk meg az igénybevételi ábrákat!



$$F = \rho a$$

$$1.) \sum M_B = 0 = -F \cdot \frac{a}{2} + P \cdot \frac{a}{2} - F \cdot a + F_{Ay} \cdot a =$$

$$= -(\rho a) \frac{a}{2} + (\rho a) \frac{a}{2} - (\rho a) a + F_{Ay} a$$

$$\boxed{F_{Ay} = \rho a (\downarrow)}$$

$$2.) \sum F_y = 0 = -F_{Ay} - P - F + F_{By} = -(\rho a) - (\rho a) - (\rho a) + F_{By}$$

$$\boxed{F_{By} = 3 \rho a (\uparrow)}$$

$$3.) \sum M_C^{(1)} = 0 = -F_{Ax} \cdot a + F \cdot \frac{a}{2} = -F_{Ax} a + (\rho a) \frac{a}{2} \rightarrow \boxed{F_{Ax} = \frac{1}{2} \rho a (\leftarrow)}$$

$$4.) \sum F_x = 0 = -F_{Ax} + F - F_{Bx} = -\left(\frac{1}{2} \rho a\right) + (\rho a) - F_{Bx} \rightarrow \boxed{F_{Bx} = \frac{1}{2} \rho a (\leftarrow)}$$

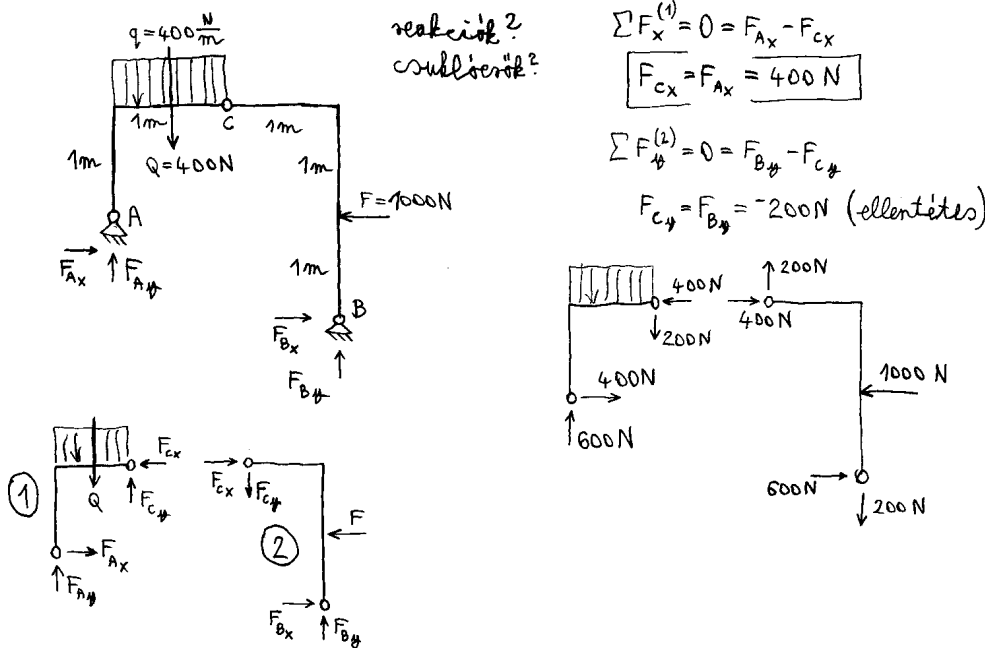
$$5.) \sum F_x^{(1)} = 0 = -F_{Ax} + F - F_{Cx}^{(1)} = -\left(\frac{1}{2} \rho a\right) + (\rho a) - F_{Cx}^{(1)} \rightarrow \boxed{F_{Cx}^{(1)} = \frac{1}{2} \rho a (\leftarrow)}$$

$$6.) \sum F_y^{(1)} = 0 = F_{Cy}^{(1)} - F_{Ay} = F_{Cy}^{(1)} - (\rho a) \rightarrow \boxed{F_{Cy}^{(1)} = \rho a (\uparrow)}$$

**4. példa:** A 2010.03.05.-ei gyakorlat 5. példája.

Számítsuk ki a reakcióerőket és a csuklóerőt! (A félv második felében igénybevételi ábrákat is rajzolunk majd ehhez a szerkezethez.)

Megjegyzés: A támaszok se vízszintesen, se függőlegesen nincsenek egy vonalban, ezért első lépésként két nyomatéki egyenletből álló egyenletrendszert kell felírunk.



$$1.) \sum M_A = 0 = -Q \cdot 0,5 + F_{Bx} \cdot 1 + F_{By} \cdot 2$$

$$2.) \sum M_C^{(2)} = 0 = -F \cdot 1 + F_{Bx} \cdot 2 + F_{By} \cdot 1 \quad / \cdot (-2)$$

$$2') \quad 0 = +2F - 4F_{Bx} - 2F_{By}$$

$$1 + 2') \quad 0 = 2F - 0,5Q - 3F_{Bx}$$

$$\boxed{F_{Bx} = \frac{2F - 0,5Q}{3} = \frac{2 \cdot 1000 - 0,5 \cdot 400}{3} = 600 \text{ N} (\rightarrow)}$$

$$2) \quad \boxed{F_{By} = F - 2F_{Bx} = 1000 - 2 \cdot 600 = -200 \text{ N} (\downarrow)}$$

$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - F + F_{Bx}$$

$$\boxed{F_{Ax} = F - F_{Bx} = 1000 - 600 = 400 \text{ N} (\rightarrow)}$$

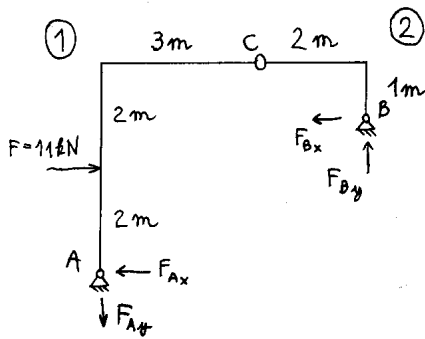
$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - Q + F_{By}$$

$$\boxed{F_{Ay} = Q - F_{By} = 400 - (-200) = 600 \text{ N} (\uparrow)}$$

**5. példa:** A 2010.03.11.-ei gyakorlat 1. példája.

Számítsuk ki a reakcióerőket! (A félév második felében igénybevételi ábrákat is rajzolunk majd ehhez a szerkezethez.)

Megjegyzés: A támaszok se vízszintesen, se függőlegesen nincsenek egy vonalban, ezért első lépésként két nyomatéki egyenletből álló egyenletrendszert kell felírunk.



reakciók?

$$1.) \sum M_A = 0 = -F \cdot 2 + F_{Bx} \cdot 3 + F_{By} \cdot 5$$

$$2.) \sum M_C^{(2)} = 0 = -F_{Bx} \cdot 1 + F_{By} \cdot 2$$

$$2.) F_{Bx} = 2 F_{By}$$

$$2 \rightarrow 1.) 0 = -F \cdot 2 + (2 F_{By}) \cdot 3 + F_{By} \cdot 5$$

$$\boxed{F_{By} = \frac{2}{11} F = \frac{2}{11} \cdot 11 = 2 \text{ kN} (\uparrow)}$$

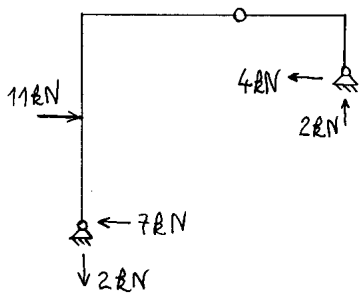
$$2.) \boxed{F_{Bx} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ kN} (\leftarrow)}$$

$$\sum F_x = 0 = -F_{Ax} + F - F_{Bx}$$

$$\boxed{F_{Ax} = F - F_{Bx} = 11 - 4 = 7 \text{ kN} (\leftarrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = -F_{Ay} + F_{By}$$

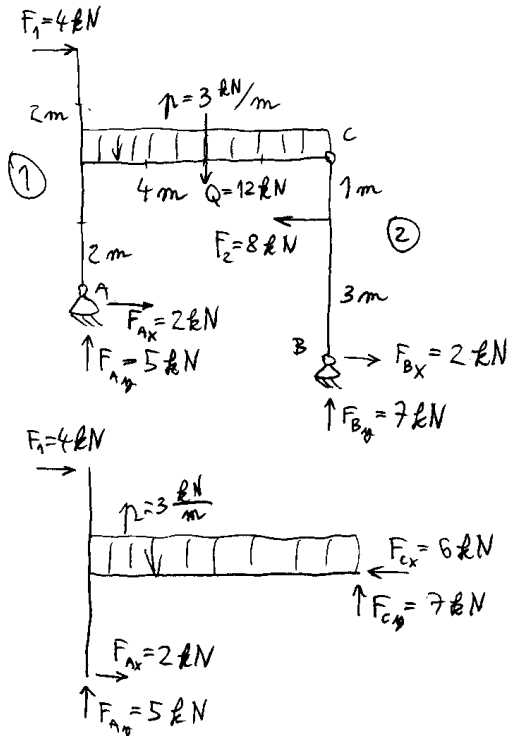
$$\boxed{F_{Ay} = F_{By} = 2 \text{ kN} (\downarrow)}$$



## 6. példa:

Számítsuk ki a reakcióerőket és a csuklóerőt! (A félvég második felében igénybevételi ábrákat is rajzolunk majd ehhez a szerkezethez.)

Megjegyzés: A támaszok se vízszintesen, se függőlegesen nincsenek egy vonalban. A B támasz és a C csukló viszont függőlegesen egy vonalban van, ezért nincs szükség két ismeretlenes egyenletrendszerre. A  $\sum M_C^{(1)} = 0$  helyett  $\sum M_A = 0$  egyenletet is fel lehetne írni, de így kevesebb erő szerepel a képletben.



$$\sum M_C^{(2)} = 0 = -F_2 \cdot 1 + F_{Bx} \cdot 4 \rightarrow F_{Bx} = 2 \text{ kN} (\rightarrow)$$

$$\sum F_x = 0 = F_1 + F_{Ax} - F_2 + F_{Bx} \rightarrow F_{Ax} = 2 \text{ kN} (\rightarrow)$$

$$\sum M_C^{(1)} = 0 = -F_1 \cdot 2 + Q \cdot 2 + F_{Ax} \cdot 2 - F_{Ay} \cdot 4$$

$$F_{Ay} = \frac{Q + F_{Ax} - F_1}{2} = 5 \text{ kN} (\uparrow)$$

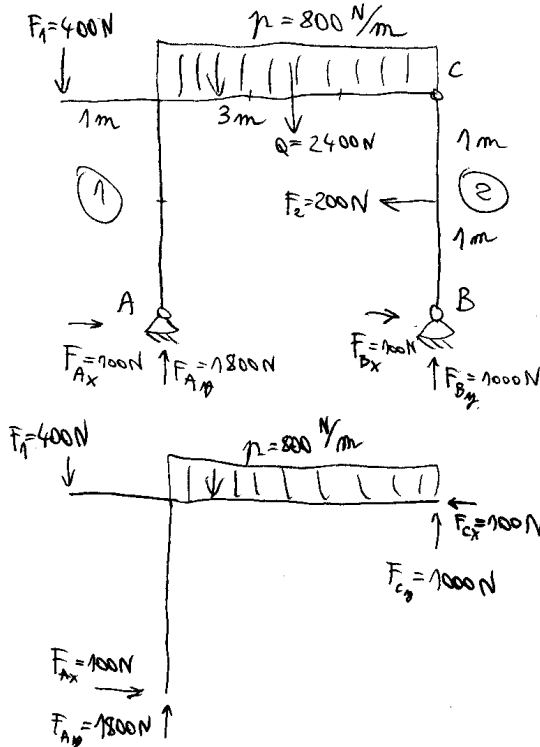
$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - Q + F_{By} \rightarrow F_{By} = 7 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum F_x^{(2)} = 0 \rightarrow F_{Cx} = 6 \text{ kN}$$

$$\sum F_y^{(2)} = 0 \rightarrow F_{Cy} = 7 \text{ kN}$$

## 7. példa:

Számítsuk ki a reakcióerőket és a csuklóerőt! (A félv második felében igénybevételi ábrákat is rajzolunk majd ehhez a szerkezethez.)



$$\sum M_A = 0 = F_1 \cdot 1 - Q \cdot 1,5 + F_2 \cdot 1 + F_{By} \cdot 3$$

$$F_{By} = \frac{1,5Q - F_1 - F_2}{3} = 1000\text{ N} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 = -F_1 + F_{Ay} - Q + F_{By}$$

$$F_{Ay} = F_1 + Q - F_{By} = 1800\text{ N} \quad (1)$$

$$\sum M_C^{(2)} = 0 = -F_2 \cdot 1 + F_{Bx} \cdot 2 \rightarrow F_{Bx} = 100\text{ N} \quad (\rightarrow)$$

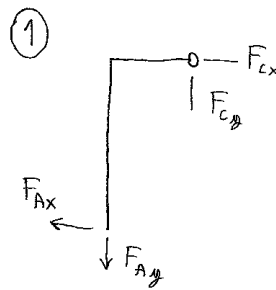
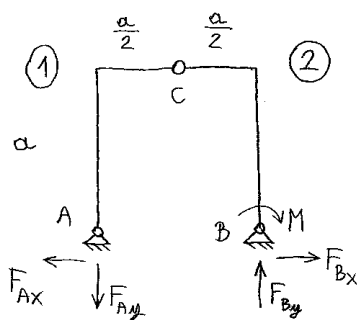
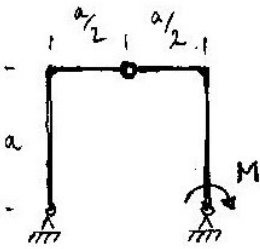
$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_2 + F_{Bx} \rightarrow F_{Ax} = 1000\text{ N} \quad (\rightarrow)$$

$$\begin{array}{l} \sum F_x^{(1)} = 0 \Rightarrow F_{cx} = 1000\text{ N} \\ \sum F_y^{(1)} = 0 \Rightarrow F_{cy} = 1000\text{ N} \\ \sum F_x^{(2)} = 0 \\ \sum F_y^{(2)} = 0 \end{array}$$

Megjegyzés: A támaszok vízszintesen egy vonalban vannak.

Sz-1:

Számítsuk ki a reakciókat!



$$1.) \sum M_B = 0 = F_{Ay} \cdot a - M \rightarrow F_{Ay} = \frac{M}{a} (\downarrow)$$

$$2.) \sum F_y = 0 = -F_{Ay} + F_{By} \rightarrow F_{By} = F_{Ay} = \frac{M}{a} (\uparrow)$$

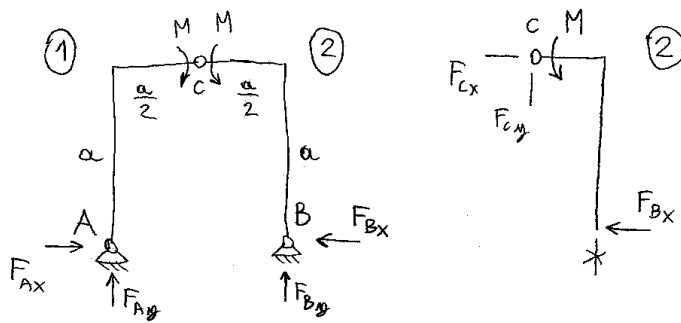
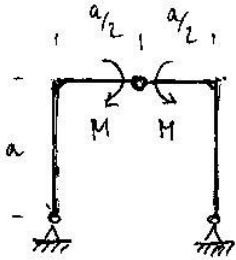
$$3.) \sum M_C^{(1)} = 0 = -F_{Ax} \cdot a + F_{By} \cdot \frac{a}{2} \rightarrow F_{Ax} = \frac{1}{2} F_{By} = \frac{1}{2} \frac{M}{a} (\leftarrow)$$

$$4.) \sum F_x = 0 = -F_{Ax} + F_{Bx} \rightarrow F_{Bx} = F_{Ax} = \frac{1}{2} \frac{M}{a} (\rightarrow)$$



Sz-2:

Számítsuk ki a reakciókat, és a jellemző értékek feltüntetésével rajzoljuk meg az igénybevételi ábrákat!



$$1.) \sum M_A = 0 = -M + M + F_{By} \cdot a \rightarrow F_{By} = 0$$

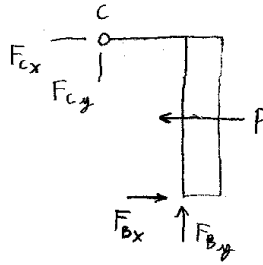
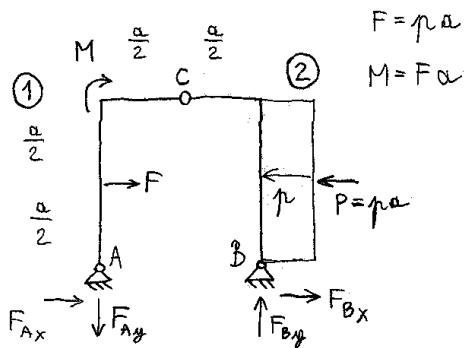
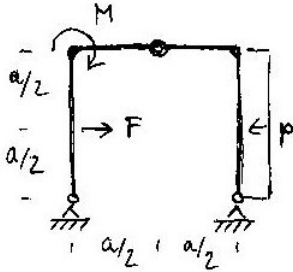
$$2.) \sum F_y = 0 = F_{Ay} + F_{By} \rightarrow F_{Ay} = 0$$

$$3.) \sum M_c^{(2)} = 0 = +M - F_{Bx} \cdot a \rightarrow F_{Bx} = \frac{M}{a} (\leftarrow)$$

$$4.) \sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_{Bx} \rightarrow F_{Ax} = F_{Bx} = \frac{M}{a} (\rightarrow)$$

Sz-3:

Számítsuk ki a reakciókat, és a jellemző értékek feltüntetésével rajzoljuk meg az igénybevételi ábrákat!



$$1.) \sum M_A = 0 = -F \cdot \frac{a}{2} - M + p \cdot \frac{a}{2} + F_{By} \cdot a = -(\rho a) \frac{a}{2} - (pa^2) + (\rho a) \frac{a}{2} + F_{By} \cdot a$$

$$\boxed{F_{By} = \rho a \uparrow}$$

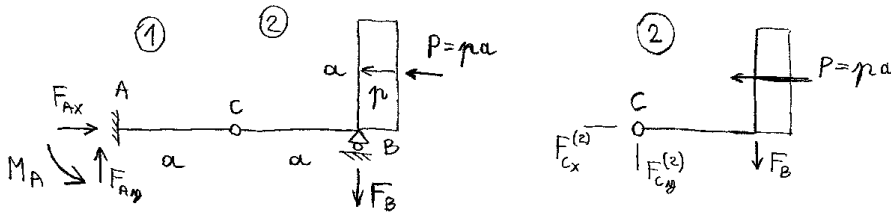
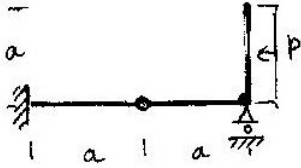
$$2.) \sum F_y = 0 \rightarrow \boxed{F_{Ay} = F_{By} = \rho a \downarrow}$$

$$3.) \sum M_C^{(2)} = 0 = -p \cdot \frac{a}{2} + F_{Bx} \cdot a + F_{By} \cdot \frac{a}{2} = -(\rho a) \frac{a}{2} + F_{Bx} a + (\rho a) \frac{a}{2} \rightarrow \boxed{F_{Bx} = 0}$$

$$4.) \sum F_x = F_{Ax} + F - p + F_{Bx} = F_{Ax} + (\rho a) - (\rho a) + 0 \rightarrow \boxed{F_{Ax} = 0}$$

**Sz-4:** A 2010.03.11.-ei gyakorlat 2. példája.

Számítsuk ki a reakciókat, és a jellemző értékek feltüntetésével rajzoljuk meg az igénybevételi ábrákat!



$$1.) \sum F_x = 0 = F_{Ax} - P \rightarrow \boxed{F_{Ax} = pa \text{ (}\rightarrow\text{)}}$$

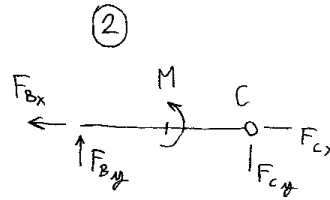
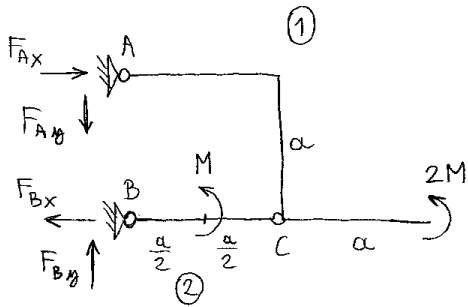
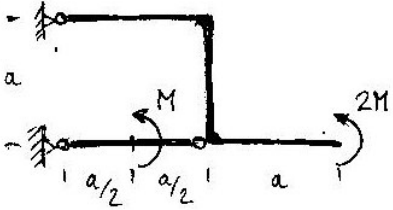
$$2.) \sum M_c^{(2)} = P \cdot \frac{a}{2} - F_B \cdot a = (pa) \frac{a}{2} - F_B \cdot a \rightarrow \boxed{F_B = \frac{1}{2} pa \text{ (}\downarrow\text{)}}$$

$$3.) \sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_B \rightarrow \boxed{F_{Ay} = \frac{1}{2} pa \text{ (}\uparrow\text{)}}$$

$$4.) \sum M_A = 0 = M_A - F_B \cdot 2a + P \cdot \frac{a}{2} = M_A - \left(\frac{1}{2} pa\right) \cdot 2a + (pa) \frac{a}{2} \rightarrow \boxed{M_A = \frac{1}{2} pa^2 \text{ (}\curvearrowright\text{)}}$$

Sz-5: A 2010.03.11.-ei gyakorlat 3. példája.

Számítsuk ki a reakciókat, és a jellemző értékek feltüntetésével rajzoljuk meg az igénybevételi ábrákat!



$$1.) \sum M_B = 0 = M + 2M - F_{Ax} \cdot a \rightarrow F_{Ax} = 3 \frac{M}{a} (\rightarrow)$$

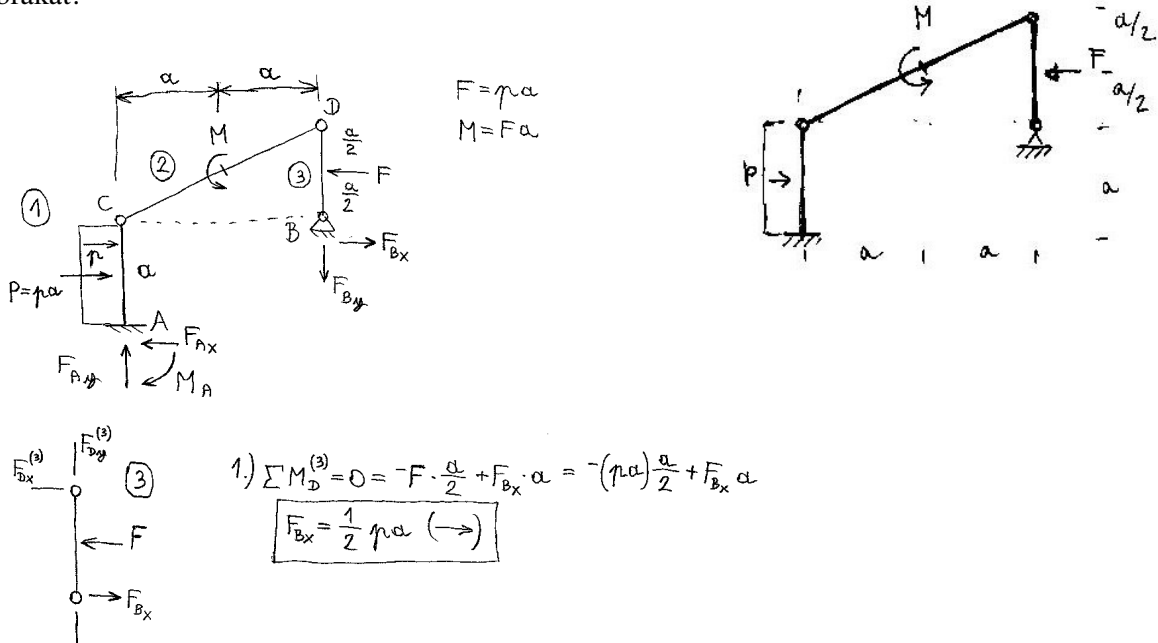
$$2.) \sum F_x = 0 \rightarrow F_{Bx} = F_{Ax} = 3 \frac{M}{a} (\leftarrow)$$

$$3.) \sum M_C^{(2)} = 0 = M - F_{By} \cdot a \rightarrow F_{By} = \frac{M}{a} (\uparrow)$$

$$4.) \sum F_y = 0 \rightarrow F_{Ay} = F_{By} = \frac{M}{a} (\downarrow)$$

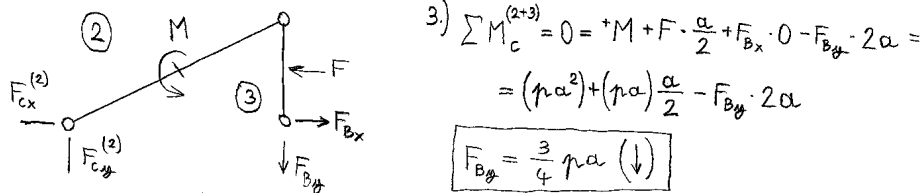
## Sz-6:

Számítsuk ki a reakciókat, és a jellemző értékek feltüntetésével rajzoljuk meg az igénybevételi ábrákat!



$$2.) \sum F_x = 0 = -F_{Ax} + P - F + F_{Bx} = -F_{Ax} + (pa) - (pa) + \left(\frac{1}{2} pa\right)$$

$$F_{Ax} = \frac{1}{2} pa \leftarrow$$



$$4.) \sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_{By} = F_{Ay} - \left(\frac{3}{4} pa\right) \rightarrow F_{Ay} = \frac{3}{4} pa \uparrow$$

$$5.) \sum M_A = 0 = -P \cdot \frac{a}{2} + M + F \cdot \frac{3}{2} a - F_{Bx} \cdot a - F_{By} \cdot 2a - M_A =$$

$$= -\left(\frac{pa}{2}\right) + (pa^2) + (pa) \cdot \frac{3}{2} a - \left(\frac{1}{2} pa\right) \cdot a - \left(\frac{3}{4} pa\right) \cdot 2a - M_A$$

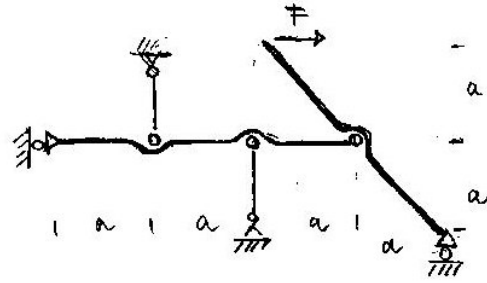
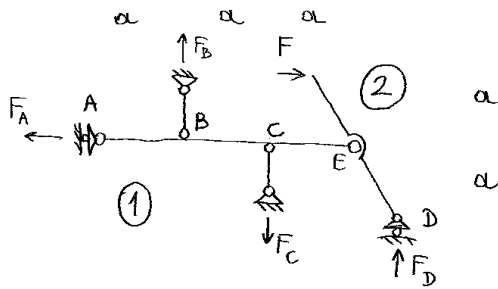
$$M_A = 0$$

Megjegyzés:

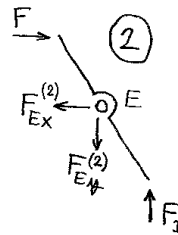
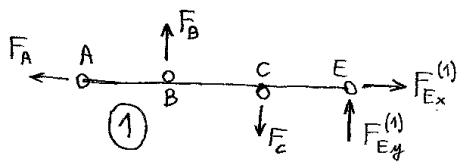
A befogási nyomaték pont nulla lett. Ez nem törvényszerű, de ennél a terhelésnél így adódik.

Sz-7:

Számítsuk ki a reakciókat, és a csuklóerőket!



$$\sum F_x = 0 = F - F_A \rightarrow \boxed{F_A = F \text{ (←)}}$$



$$\sum M_E^{(2)} = 0 = -F a + F_D a$$

$$\boxed{F_D = F \text{ (↑)}}$$

$$\sum F_x^{(2)} = 0 = F - F_{Ex}^{(2)} \rightarrow \underline{F_{Ex}^{(2)} = F \text{ (←)}}$$

$$\sum F_y^{(2)} = 0 = F_D - F_{Ey}^{(2)} \rightarrow \underline{F_{Ey}^{(2)} = F_D = F \text{ (↓)}}$$

Megoldás darabokban:

$$\sum M_C^{(1)} = 0 = -F_B a + F_{Ey}^{(1)} a \rightarrow \boxed{F_B = F_{Ey}^{(1)} = F \text{ (↑)}}$$

$$\sum F_y^{(1)} = 0 = F_B - F_C + F_{Ey}^{(1)} \rightarrow \boxed{F_C = F_B + F_{Ey}^{(1)} = F + F = 2F \text{ (↓)}}$$

$$\sum M_C = 0 = -F_B a - F a + F_D \cdot 2a \rightarrow \boxed{F_B = 2F_D - F = 2F - F = F \text{ (↑)}}$$

$$\sum F_y = 0 = F_B - F_C + F_D \rightarrow \boxed{F_C = F_B + F_D = F + F = 2F \text{ (↓)}}$$