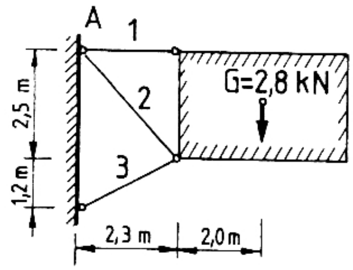
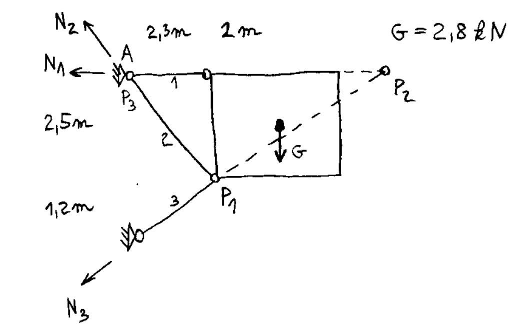
F.4.15.b.: A 2010.03.04.-ei gyakorlat 1. példája.

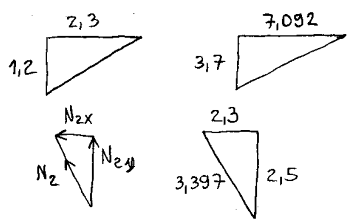


F.4.15. Határozzuk meg *a)* szerkesztéssel, *b)* számítással az S_1, S_2, S_3 rúderőket és az *A* ponti reakcióerőt!

F. 4. 15. b.) Ritter számítás



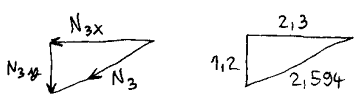
$$\sum M_{P_1} = 0 = N_1 \cdot 2,5 - G \cdot 2 \rightarrow \boxed{N_1 = \frac{2}{2,5} G = \frac{2}{2,5} \cdot 2,8 = +2,24 \text{ kN (h)}}$$



$$\frac{x}{2,3} = \frac{3,7}{1,2}$$

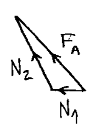
$$\sum M_{P_2} = 0 = -N_{2y} \cdot 7,092 + G \cdot 2,792 = -N_2 \frac{2,5}{3,397} \cdot 7,092 + G \cdot 2,792$$

$$\boxed{N_2 = \frac{2,792\ G}{\frac{2,5}{3,397} \cdot 7,092} = \frac{2,792 \cdot 3,397 \cdot 2,8}{2,5 \cdot 7,092} = +1,498 \text{ kN (h)}}$$



$$\sum M_{P_3} = 0 = -N_{3x} \cdot 3,7 - G \cdot 4,3 = -N_3 \frac{2,3}{2,594} \cdot 3,7 - G \cdot 4,3$$

$$\boxed{N_3 = \frac{-4,3\ G}{\frac{2,3}{2,594} \cdot 3,7} = \frac{-4,3 \cdot 2,594 \cdot 2,8}{2,3 \cdot 3,7} = -3,67 \text{ kN (ny)}}$$



$$\underline{F_A} = \underline{N_1} + \underline{N_2}$$

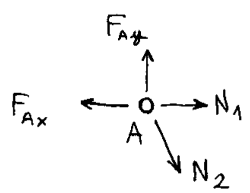
$$\boxed{F_{Ax} = |N_1| + |N_{2x}| = 2,24 + 1,498 \frac{2,3}{3,397} = 3,254 \text{ kN } (\leftarrow)}$$

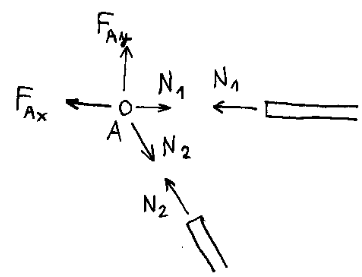
$$\boxed{F_{Ay} = |N_{2y}| = 1,498 \frac{2,5}{3,397} = 1,102 \text{ kN } (\uparrow)}$$

$$\boxed{F_A = \sqrt{3,254^2 + 1,102^2} = 3,436 \text{ kN}}$$

Megjegyzés:
Az A ponti reakcióerőt nem csak eredőszámítással, hanem az A pont egyensúlya alapján is kiszámíthatjuk. Ekkor a vetületi erőegyensúlyi egyenletekkel számolunk. A pontra ható erők ábrázolásakor az ismert erők irányát már helyesen rajzoljuk be, így most már minden rúderő értéke pozitív. Ebben a feladatban ez most nem látszik, mert mindkét rúderő pozitívra adódott. Az erőirányok ennek ellenére azért fordítottak az előbbiekhez képest, mert most a csomópontra ható erőket tüntetjük fel. Ilyenkor viszont a húzott rúd a csomópontot „húzza”.

A magyarázat a jobb oldali ábrán látható. Húzott rúd esetén a rúderő a rúdból kifelé mutat. Végül is a csomópont húzza a rudat. A csomópont viszont az előbbi erő ellenerejét „érzi”. A rúd is húzza a csomópontot. A jobb oldali ábrán mindkét erő látható. Ez az erő-ellenerő tétele (Newton III.).





$$\sum F_x^{(A)} = 0 = -F_{Ax} + N_1 + N_{2x}$$

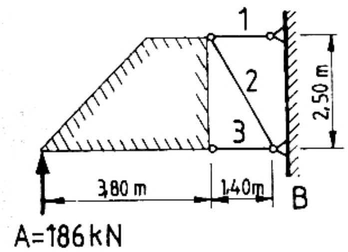
$$\boxed{F_{Ax} = N_1 + N_{2x} = 2{,}24 + 1{,}498\,\frac{2{,}3}{3{,}397} = 3{,}254\ kN\ (\leftarrow)}$$

$$\sum F_y^{(A)} = 0 = F_{Ay} - N_{2y}$$

$$\boxed{F_{Ay} = N_{2y} = 1{,}498\,\frac{2{,}3}{3{,}397} = 1{,}102\ kN\ (\uparrow)}$$

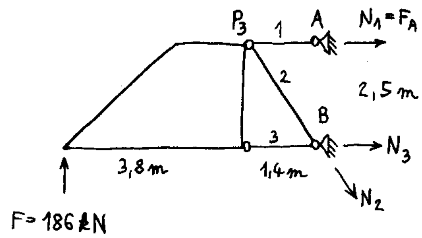
$$\boxed{F_A = \sqrt{3{,}254^2 + 1{,}102^2} = 3{,}436\ kN}$$

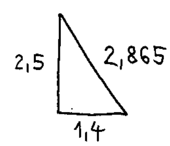
F.4.20.b.: A 2010.03.04.-ei gyakorlat 2. példája.

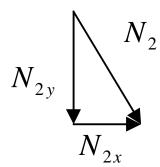


F.4.20. Határozzuk meg *a)* szerkesztéssel, *b)* számítással az egyensúlyozó rúderőket, valamint a B reakcióerőt!

F.4.20.







$$\sum M_B = -N_1 \cdot 2{,}5 - F \cdot 5{,}2 \rightarrow \boxed{N_1 = \frac{-5{,}2}{2{,}5} F = \frac{-5{,}2}{2{,}5} \cdot 186 = -386{,}9 \text{ kN (ny)}}$$

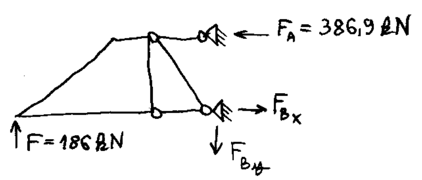
$$\boxed{F_A = N_1 = -386{,}9 \text{ kN } (\leftarrow)}$$

$$\sum M_{P_3} = 0 = +N_3 \cdot 2{,}5 - F \cdot 3{,}8 \rightarrow \boxed{N_3 = \frac{+3{,}8}{2{,}5} F = \frac{+3{,}8}{2{,}5} \cdot 186 = +282{,}7 \text{ kN (h)}}$$

$$\sum F_y = 0 = -N_{2y} + F = -N_2 \frac{2{,}5}{2{,}865} + F$$

$$\boxed{N_2 = \frac{2{,}865}{2{,}5} F = \frac{2{,}865}{2{,}5} \cdot 186 = +213{,}2 \text{ kN (h)}}$$

F_B számítása komponensenként:



(F_A-t már a helyes irány szerint vettük fel.)

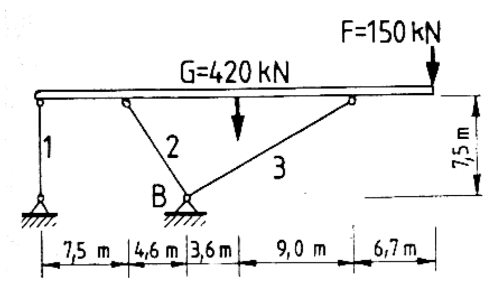
$$\sum F_x = 0 = -F_A + F_{Bx} \rightarrow \boxed{F_{Bx} = F_A = 386{,}9 \text{ kN } (\rightarrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = F - F_{By} \rightarrow \boxed{F_{By} = F = 186 \text{ kN } (\downarrow)}$$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \sqrt{386{,}9^2 + 186^2} = 429{,}3 \text{ kN } (\searrow)$$

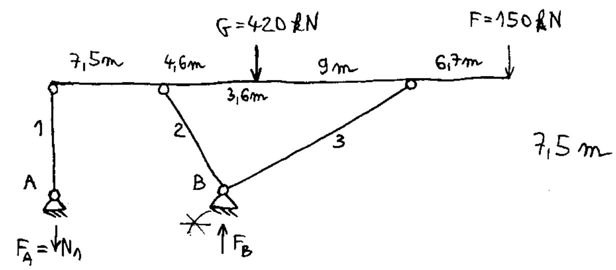
Másképp: $\overline{F_B} = \overline{N_2} + \overline{N_3}$

F.4.18.: Egyszerű feladat. Mindenképpen nézzük meg!



F.4.18. Számítsuk ki a rúderőket és a *B* ponti reakciót!

F. 4. 18.



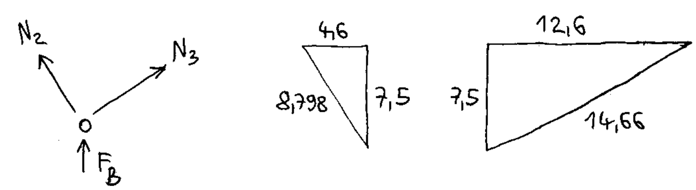
$$\Sigma M_B = 0 = N_1 \cdot 12{,}1 - G \cdot 3{,}6 - F \cdot 19{,}3$$

$$\boxed{N_1 = \frac{3{,}6G + 19{,}3F}{12{,}1} = \frac{3{,}6 \cdot 420 + 19{,}3 \cdot 150}{12{,}1} = +364{,}2\ kN\ (h)}$$

$$\Sigma F_y = 0 = -N_1 + F_B - G - F$$

$$\boxed{F_B = N_1 + G + F = 364{,}2 + 420 + 150 = 934{,}2\ kN\ (\uparrow)}$$

B



$$1.)\ \Sigma F_x^{(B)} = 0 = -N_{2x} + N_{3x} = -N_2 \frac{4{,}6}{8{,}798} + N_3 \frac{12{,}6}{14{,}66}$$

$$2.)\ \Sigma F_y^{(B)} = 0 = F_B + N_{2y} + N_{3y} = F_B + N_2 \frac{7{,}5}{8{,}798} + N_3 \frac{7{,}5}{14{,}66}$$

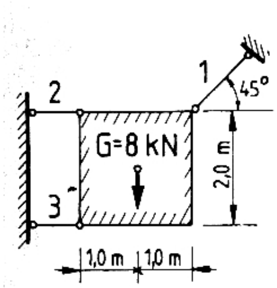
$$1.)\ \frac{N_3}{14{,}66} = \frac{N_2}{24{,}10}$$

$$1 \rightarrow 2.)\ 0 = F_B + N_2 \frac{7{,}5}{8{,}798} + \frac{N_2}{24{,}10} \frac{7{,}5}{14{,}66}$$

$$\boxed{N_2 = -1{,}145 F_B = -1{,}145 \cdot 934{,}2 = -1070\ kN\ (ny)}$$

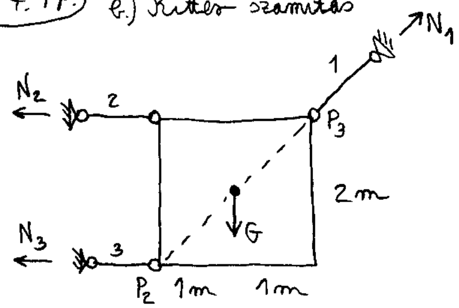
$$1.)\ \boxed{N_3 = \frac{-14{,}66}{24{,}10} N_2 = \frac{-14{,}66}{24{,}10}(-1070) = +650{,}9\ kN\ (h)}$$

F.4.17.b.: Egyszerű feladat. Mindenképpen nézzük meg!



F.4.17. Határozzuk meg *a)* szerkesztéssel, *b)* számítással a reakcióerőket!

F.4.17. b.) Ritter számítás



$G = 8\,kN$

$N_{1 \dots 3} = ?$

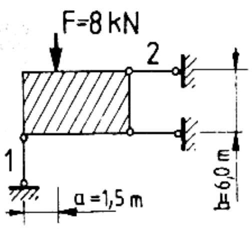
$$\sum M_{P_3} = 0 = -N_3 \cdot 2 + G \cdot 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{N_3 = \frac{1}{2} G = \frac{1}{2}\, 8 = +4\,kN\ (h)}$$

$$\sum M_{P_2} = 0 = N_2 \cdot 2 - G \cdot 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{N_2 = \frac{1}{2} G = \frac{1}{2}\, 8 = +4\,kN\ (h)}$$

$$\sum F_y = 0 = N_1 \frac{1}{\sqrt{2}} - G \quad \rightarrow \quad \boxed{N_1 = \sqrt{2}\, G = \sqrt{2} \cdot 8 = +11{,}31\,kN\ (h)}$$

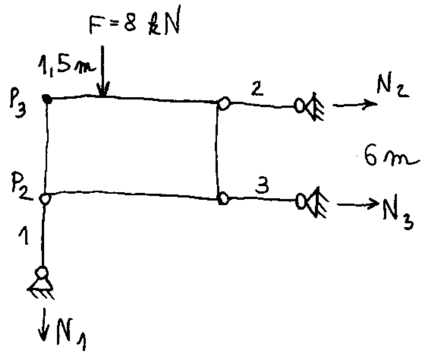
F.4.19.: Egyszerű feladat. Mindenképpen nézzük meg!

Persze nem erőpárral, hanem Ritter-módszerrel oldjuk meg.



F.4.19. Számítsuk ki a rúderőket erőpárok egyensúlya alapján!

F.4.19.



$$\sum F_y = 0 = -N_1 - F \quad \rightarrow \quad \boxed{N_1 = -F = -8\ kN\ (ny)}$$

$$\sum M_{P_2} = 0 = -N_2 \cdot 6 - F \cdot 1{,}5$$

$$\boxed{N_2 = \frac{-1{,}5}{6} F = \frac{-1{,}5}{6} \cdot 8 = -2\ kN\ (ny)}$$

$$\sum M_{P_3} = 0 = N_3 \cdot 6 - F \cdot 1{,}5$$

$$\boxed{N_3 = \frac{1{,}5}{6} F = \frac{1{,}5}{6} \cdot 8 = +2\ kN\ (h)}$$

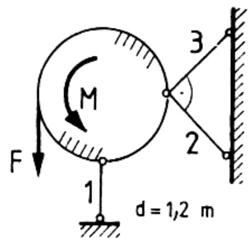
Máshogy:

$$\sum F_x = 0 = N_2 + N_3$$

$$\boxed{N_3 = -N_2 = -(-2) = +2\ kN\ (h)}$$

F.4.21-22.: A 2010.03.04.-ei gyakorlat 3. példája.

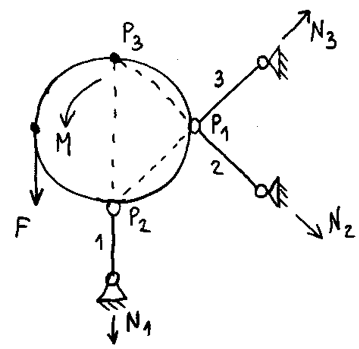
A két feladatot összevonjuk, az erő és a nyomaték egyszerre hat a tárcsára.



F.4.21. Számítsuk ki az M = 720 Nm nyomatékú erőpárból keletkező rúderőket (F = 0)!

F.4.22. Számítsuk ki az F = 1,4 kN erőből keletkező rúderőket (M = 0)!

F. 4. 21. + F. 4. 22.



$F = 1{,}4\ kN = 1400\ N$

$M = 720\ Nm$

$d = 1{,}2\ m$

$$\sum M_{P_1} = 0 = {}^{+}N_1 \cdot 0{,}6 + M + F \cdot 1{,}2$$

$$\boxed{N_1 = \frac{-M - 1{,}2F}{0{,}6} = \frac{-720 - 1{,}2 \cdot 1400}{0{,}6} = -4000\ N\ (h)}$$

$$\sum M_{P_2} = 0 = {}^{-}N_2 \cdot \sqrt{2} \cdot 0{,}6 + M + F \cdot 0{,}6$$

$$\boxed{N_2 = \frac{M + 0{,}6F}{\sqrt{2} \cdot 0{,}6} = \frac{720 + 0{,}6 \cdot 1400}{\sqrt{2} \cdot 0{,}6} = {}^{+}1838\ N\ (h)}$$

$$\sum M_{P_3} = 0 = {}^{+}N_3 \cdot \sqrt{2} \cdot 0{,}6 + M + F \cdot 0{,}6$$

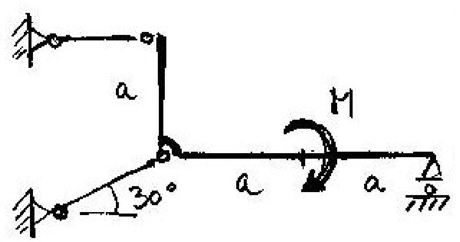
$$\boxed{N_3 = \frac{-M - 0{,}6F}{\sqrt{2} \cdot 0{,}6} = \frac{-720 - 0{,}6 \cdot 1400}{\sqrt{2} \cdot 0{,}6} = {}^{-}1838\ N\ (ny)}$$

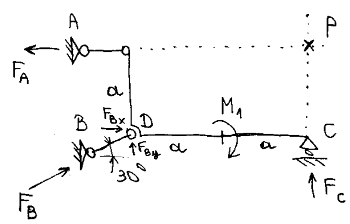
Megjegyzés:

$$\sum F_x = 0 = N_{2x} + N_{3x} \longrightarrow N_{3x} = {}^{-}N_{2x} \xrightarrow{\text{geometria}} N_3 = {}^{-}N_2$$

Sz-1: A 2010.03.04.-ei gyakorlat 4. példája.

Határozzuk meg a reakcióerőket!





$$F_{Bx} = F_B \cos 30^\circ$$

$$F_{By} = F_B \sin 30^\circ$$

$$\sum M_p = 0 = -M_1 + F_{Bx}\, a - F_{By} \cdot 2a = -M_1 + F_B \cos 30^\circ \cdot a - F_B \sin 30^\circ \cdot 2a$$

$$\boxed{F_B = \frac{M_1}{a(\cos 30^\circ - 2\sin 30^\circ)} = -7{,}464 \frac{M_1}{a} \ (\swarrow)}$$

$$F_{Bx} = \left(-7{,}464 \frac{M_1}{a}\right) \cos 30^\circ = -6{,}464 \frac{M_1}{a} \ (\leftarrow)$$

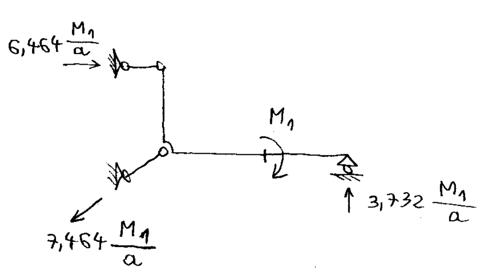
$$F_{By} = \left(-7{,}464 \frac{M_1}{a}\right) \sin 30^\circ = -3{,}732 \frac{M_1}{a} \ (\downarrow)$$

$$\sum F_x = 0 = -F_A + F_{Bx}$$

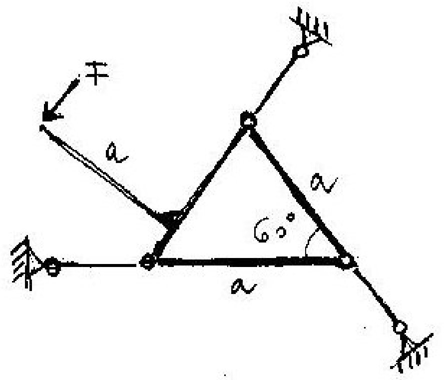
$$\boxed{F_A = F_{Bx} = -6{,}464 \frac{M_1}{a} \ (\rightarrow)}$$

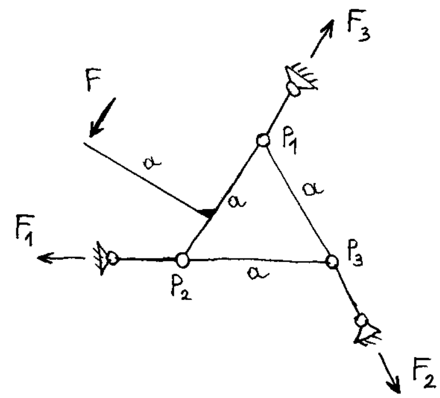
$$\sum F_y = 0 = F_{By} + F_C$$

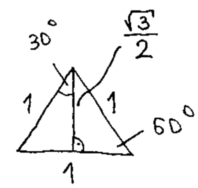
$$\boxed{F_C = -F_{By} = -\left(-3{,}732 \frac{M_1}{a}\right) = +3{,}732 \frac{M_1}{a} \ (\uparrow)}$$



Sz-2: Határozzuk meg a reakcióerőket!







$$\sum M_{P_1} = 0 = Fa - F_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\boxed{F_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} F = 1{,}155\ F\ (\leftarrow)}$$

$$\sum M_{P_2} = 0 = Fa - F_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\boxed{F_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} F = 1{,}155\ F\ (\searrow)}$$

$$\sum M_{P_3} = 0 = F\left(a + \frac{\sqrt{3}}{2} a\right) - F_3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\boxed{F_3 = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2{,}155\ F\ (\nearrow)}$$