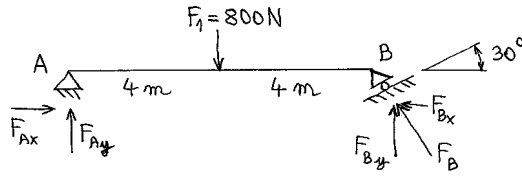


1. példa: Határozzuk meg a reakcióerőket! (az 5. heti gyakorlaton csak megbeszélte 1. feladat)

F_B nyírlirányát az A pontra elképzelt nyomatéki egyensúly alapján vesszük fel. Ez meghatározza az F_{Bx} és F_{By} komponens irányát is. Végül F_{Ax} és F_{Ay} nyírlirányát az x és y irányú erőegyensúly elképzélése alapján állítjuk be.

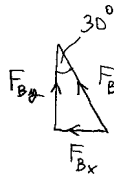


$$1.) \sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_{Bx}$$

$$2.) \sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 + F_{By}$$

$$3.) \sum M_A = 0 = -F_1 \cdot 4 + F_{By} \cdot 8$$

$$4.) \tan 30^\circ = \frac{F_{Bx}}{F_{By}}$$



$$3.) \boxed{F_{By} = \frac{1}{2} F_1 = \frac{1}{2} \cdot 800 = 400 \text{ N } (\uparrow)}$$

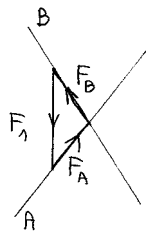
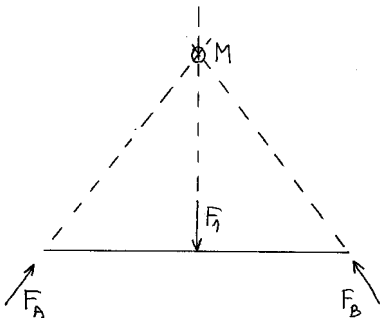
$$2.) \boxed{F_{Ay} = F_1 - F_{By} = 800 - 400 = 400 \text{ N } (\uparrow)}$$

$$4.) \boxed{F_{Bx} = F_{By} \cdot \tan 30^\circ = 400 \cdot \tan 30^\circ = 230,9 \text{ N } (\leftarrow)}$$

$$1.) \boxed{F_{Ax} = F_{Bx} = 230,9 \text{ N } (\rightarrow)}$$

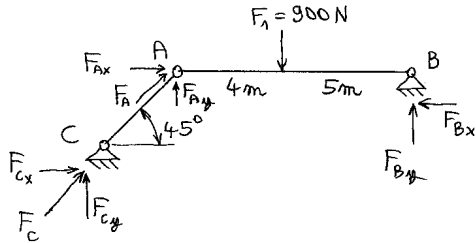
Szerkesztés (három erő egyensúlya):

Az F_1 iránya adott, az F_B pedig a görgős támasz síkjára merőleges. Az F_A erő hatásvonala biztosan átmegy a támasz csuklóján, és úgy kell irányítanunk, hogy az előbbi két hatásvonal M metszéspontján is átmenjen. Ezzel megvannak az irányok. A vektorháromszög felrajzolását az F_1 erővel kezdjük, majd a végpontjához az F_A , a kezdőpontjához pedig az F_B erő hatásvonalával húzunk párhuzamost. Az F_1 iránya kijelöli a folytonos nyírlirányt. Az irányításokat végül visszamásoljuk a bal oldali ábrára is.



2. példa: Határozzuk meg a kényszererőket! (az 5. heti gyakorlalon csak megbeszélte 2. feladat)

F_A nyírlirányát a B pontra elképzelt nyomatéki egyensúly alapján vesszük fel. Ez meghatározza az F_{Ax} és F_{Ay} komponens irányát is. Végül F_{Bx} és F_{By} nyírlirányát az x és y irányú erőegyensúly elképzélése alapján állítjuk be.

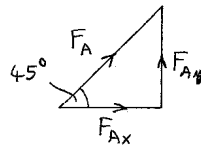


$$1.) \sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_{Bx}$$

$$2.) \sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 + F_{By}$$

$$3.) \sum M_B = 0 = -F_{Ay} \cdot 9 + F_1 \cdot 5$$

$$4.) \tan 45^\circ = \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}}$$



$$3.) \boxed{F_{Ay} = \frac{5}{9} F_1 = \frac{5}{9} \cdot 900 = 500 \text{ N} (\uparrow)}$$

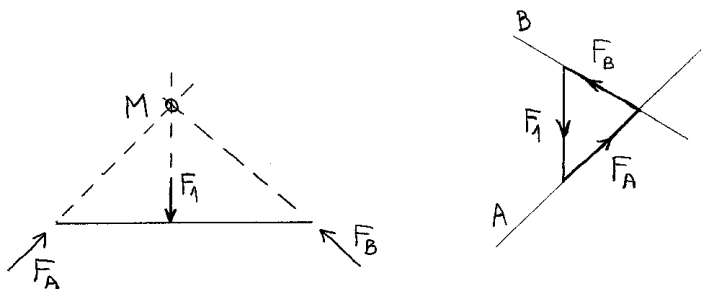
$$2.) \boxed{F_{By} = F_1 - F_{Ay} = 900 - 500 = 400 \text{ N} (\uparrow)}$$

$$4.) \boxed{F_{Ax} = F_{Ay} = 500 \text{ N} (\rightarrow)}$$

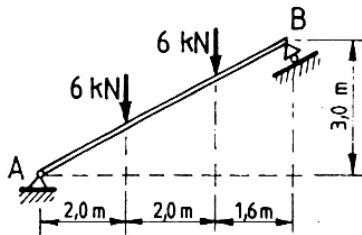
$$1.) \boxed{F_{Bx} = F_{Ax} = 500 \text{ N} (\rightarrow)}$$

Szerkesztés (három erő egyensúlya):

Az F_1 iránya adott, az F_A pedig rúdírányú. Az F_B erő hatásvonala biztosan átmegy a támasz csuklóján, és úgy kell irányítanunk, hogy az előbbi két hatásvonal M metszéspontján is átmenjen. Ezzel megvannak az irányok. A vektorháromszög felrajzolását az F_1 erővel kezdjük, majd a végpontjához az F_A , a kezdőpontjához pedig az F_B erő hatásvonalával húzunk párhuzamost. Az F_1 iránya kijelöli a folytonos nyírlirányt. Az irányításokat végül visszamásoljuk a bal oldali ábrára is.

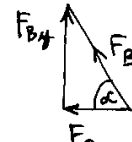
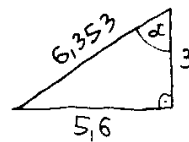
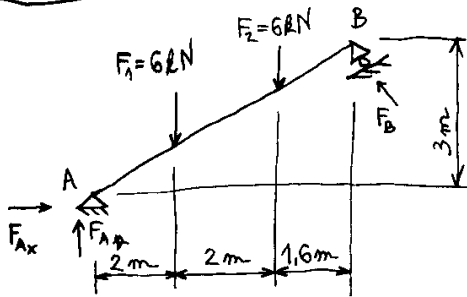


F.4.28.b.: Az 5. heti gyakorlalon csak megbeszélte 3. feladat.



F.4.28. Határozzuk meg a reakcióerőket a) szerkesztéssel, b) számítással!

F.4.28.



$$\tan \alpha = \frac{5,6}{3} \rightarrow \alpha = 61,82^\circ$$

$$\sum M_A = 0 = -F_1 \cdot 2 - F_2 \cdot 4 + F_B \cdot 6,353$$

$$\boxed{F_B = \frac{2F_1 + 2F_2}{6,353} = \frac{2 \cdot 6 + 4 \cdot 6}{6,353} = 5,667 \text{ kN} (\nearrow)}$$

$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_{Bx}$$

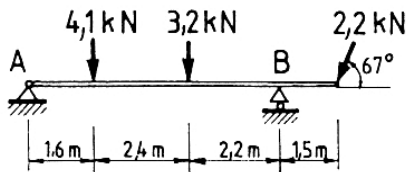
$$\boxed{F_{Ax} = F_{Bx} = 5,667 \cos 61,82^\circ = 2,676 \text{ kN} (\rightarrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 - F_2 + F_{By}$$

$$\boxed{F_{Ay} = F_1 + F_2 - F_{By} = 6 + 6 - 5,667 \sin 61,82^\circ = 7,005 \text{ kN} (\uparrow)}$$

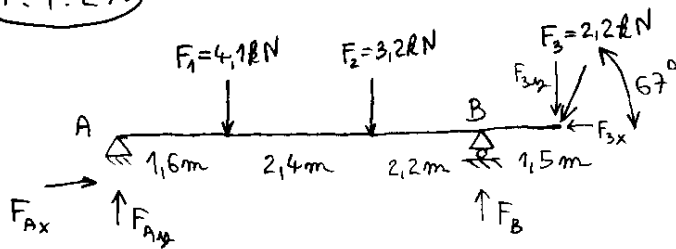
További feladatok:

F.4.27.b.:



F.4.27. Határozzuk meg a reakcióerőket a) szerkesztéssel, b) számítással!

F.4.27.



$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_{3x} \rightarrow \boxed{F_{Ax} = F_{3x} = 2,2 \cos 67^\circ = 0,860 \text{ kN} (\rightarrow)}$$

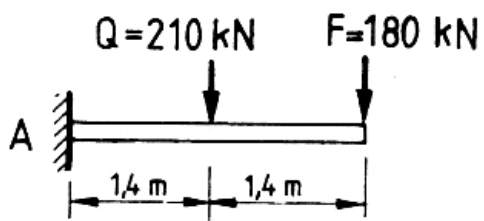
$$\sum M_A = 0 = -F_1 \cdot 1,6 - F_2 \cdot 4 + F_B \cdot 6,2 - F_{3y} \cdot 7,7$$

$$\boxed{F_B = \frac{1,6F_1 + 4F_2 + 7,7F_{3y}}{6,2} = \frac{1,6 \cdot 4,1 + 4 \cdot 3,2 + 7,7 \cdot 2,2 \sin 67^\circ}{6,2} = 5,578 \text{ kN} (\uparrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 - F_2 + F_B - F_{3y}$$

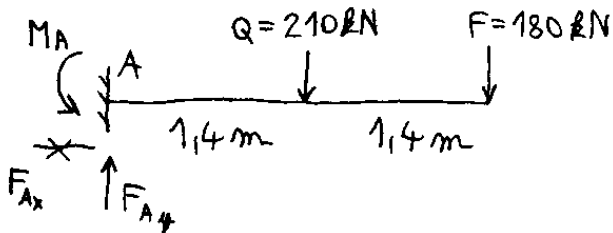
$$\boxed{F_{Ay} = F_1 + F_2 - F_B + F_{3y} = 4,1 + 3,2 - 5,578 + 2,2 \sin 67^\circ = 3,747 \text{ kN} (\uparrow)}$$

F.4.13.:



F.4.13. Számítsuk ki a reakciókat!

F.4.13.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{F_{Ax} = 0}$$

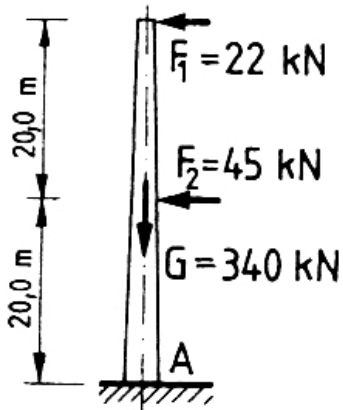
$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - Q - F$$

$$\boxed{F_{Ay} = Q + F = 210 + 180 = 390 \text{ kN } (\uparrow)}$$

$$\sum M_A = 0 = M_A - Q \cdot 1,4 - F \cdot 2,8$$

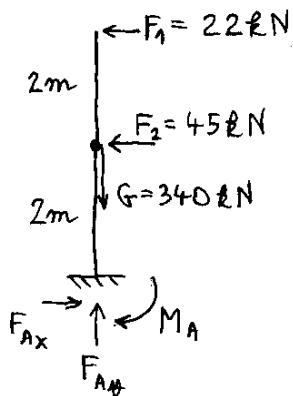
$$\boxed{M_A = 1,4 Q + 2,8 F = 1,4 \cdot 210 + 2,8 \cdot 180 = 798 \text{ kNm } \curvearrowright}$$

F.4.14: Függőleges, befogott tartó.



F.4.14. Számítsuk ki a reakciókat!

F.4.14.



$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_1 - F_2$$

$$F_{Ax} = F_1 + F_2 = 22 + 45 = 67 \text{ kN} (\rightarrow)$$

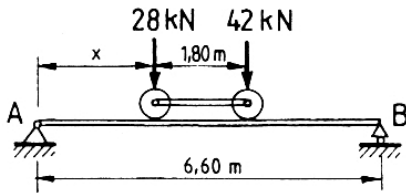
$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - G$$

$$F_{Ay} = G = 340 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum M_A = 0 = -M_A + F_1 \cdot 4 + F_2 \cdot 2$$

$$M_A = 4F_1 + 2F_2 = 4 \cdot 22 + 2 \cdot 45 = 178 \text{ kNm} \curvearrowright$$

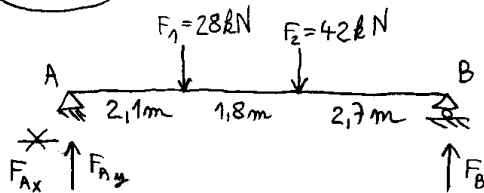
F.4.23.b., F.4.24.:



F.4.23. Határozzuk meg a) szerkesztéssel, b) számítással a reakcióerőket, ha $x = 2,1$ m!

F.4.24. Hova helyezük el ($x = ?$) a két összekapcsolt keréksúlyt, hogy a két reakcióerő egyenlő nagy legyen?

F.4.23.



$$\sum F_A = 0 \rightarrow F_{Ax} = 0$$

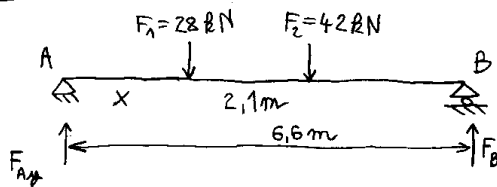
$$\sum M_A = 0 = -F_1 \cdot 2,1 - F_2 \cdot 3,9 + F_B \cdot 6,6$$

$$F_B = \frac{F_1 \cdot 2,1 + F_2 \cdot 3,9}{6,6} = \frac{28 \cdot 2,1 + 42 \cdot 3,9}{6,6} = 33,73 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 - F_2 + F_B$$

$$F_{Ay} = F_1 + F_2 - F_B = 28 + 42 - 33,73 = 36,27 \text{ kN } (\uparrow)$$

F.4.24.



$$1.) \sum M_A = 0 = -F_1 x - F_2 (x + 2,1) + F_B \cdot 6,6$$

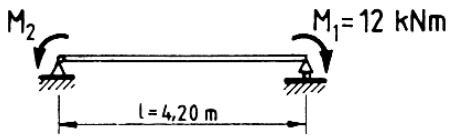
$$2.) \sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 - F_2 + F_B$$

$$3.) F_{Ay} = F_B$$

$$3 \rightarrow 2.) F_B = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{28 + 42}{2} = 35 \text{ kN}$$

$$1.) x = \frac{6,6 F_B - 2,1 F_2}{F_1 + F_2} = \frac{6,6 \cdot 35 - 2,1 \cdot 42}{28 + 42} = 2,04 \text{ m}$$

F.4.25., F.4.26.:

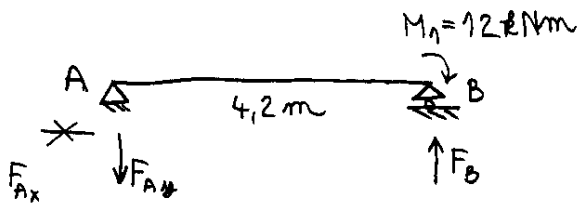


F.4.25-26. ábra

F.4.25. Számítsuk ki a reakcióerőket az $M_1 = 12$ kNm nyomatékú erőpárból ($M_2 = 0$)!

F.4.26. Számítsuk ki a reakcióerőket, ha az $M_1 = 12$ kNm nyomatékú erőpáron kívül $M_2 = 8$ kNm is működik!

F. 4. 25.

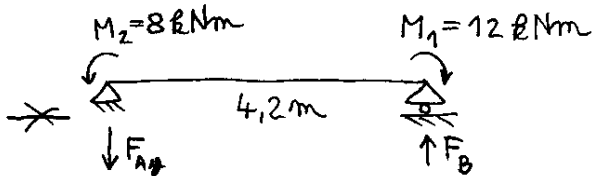


$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{Ax} = 0$$

$$\sum M_A = 0 = -M_1 + F_B \cdot 4,2 \rightarrow F_B = \frac{M_1}{4,2} = \frac{12}{4,2} = 2,86 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 = -F_{Ay} + F_B \rightarrow F_{Ay} = F_B = 2,86 \text{ kN} (\downarrow)$$

F. 4. 26.

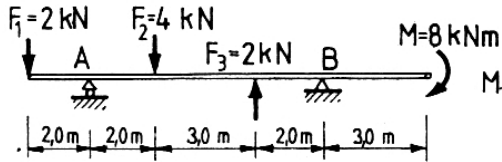


$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{Ax} = 0$$

$$\sum M_A = 0 = M_2 - M_1 + F_B \cdot 4,2 \rightarrow F_B = \frac{M_1 - M_2}{4,2} = \frac{12 - 8}{4,2} = 0,95 \text{ kN} (\uparrow)$$

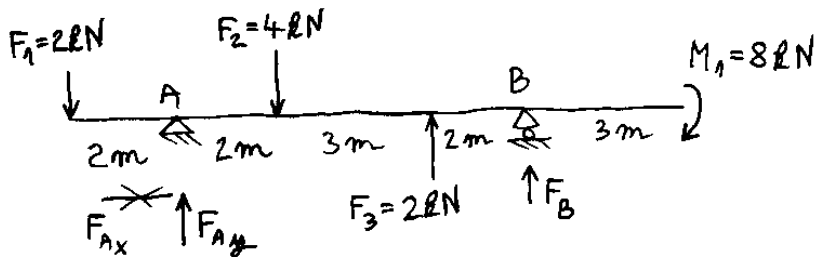
$$\sum F_y = 0 = -F_{Ay} + F_B \rightarrow F_{Ay} = F_B = 0,95 \text{ kN} (\downarrow)$$

F.4.29.b.:



F.4.29. Határozzuk meg a reakcióerőket a) szerkesztéssel, b) számítással!

F.4.29.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{F_{Ax} = 0}$$

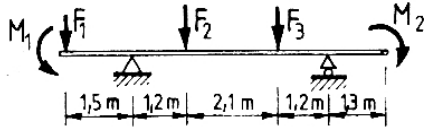
$$\sum M_A = 0 = +F_1 \cdot 2 - F_2 \cdot 4 + F_3 \cdot 5 + F_B \cdot 7 - M_1$$

$$\boxed{F_B = \frac{-2F_1 + 4F_2 - 5F_3 + M_1}{7} = \frac{-2 \cdot 2 + 4 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 8}{7} = 1,429 \text{ kN} (\uparrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = -F_1 + F_{Ay} - F_2 + F_3 + F_B$$

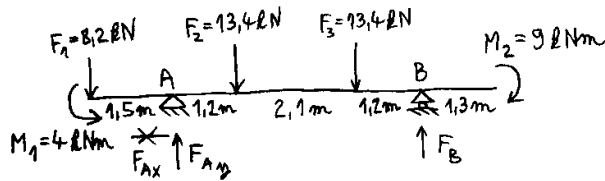
$$\boxed{F_{Ay} = F_1 + F_2 - F_3 - F_B = 2 + 4 - 2 - 1,429 = 2,571 \text{ kN} (\uparrow)}$$

F.4.30.b.:



F.4.30. Határozzuk meg a reakcióerőket a) szerkesztéssel, b) számítással! $F_1 = 8,2 \text{ kN}$, $F_2 = F_3 = 13,4 \text{ kN}$, $M_1 = 4 \text{ kNm}$, $M_2 = 9 \text{ kNm}$.

F.4.30.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{Ax} = 0$$

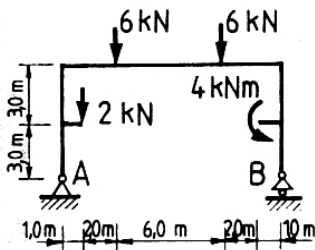
$$\sum M_A = 0 = M_1 + F_1 \cdot 1,5 - F_2 \cdot 1,2 - F_3 \cdot 3,3 + F_B \cdot 4,5 - M_2$$

$$F_B = \frac{-M_1 - 1,5F_1 + 1,2F_2 + 3,3F_3 + M_2}{4,5} = \frac{-4 - 1,5 \cdot 8,2 + 1,2 \cdot 13,4 + 3,3 \cdot 13,4 + 9}{4,5} = 11,78 \text{ kN} (\uparrow)$$

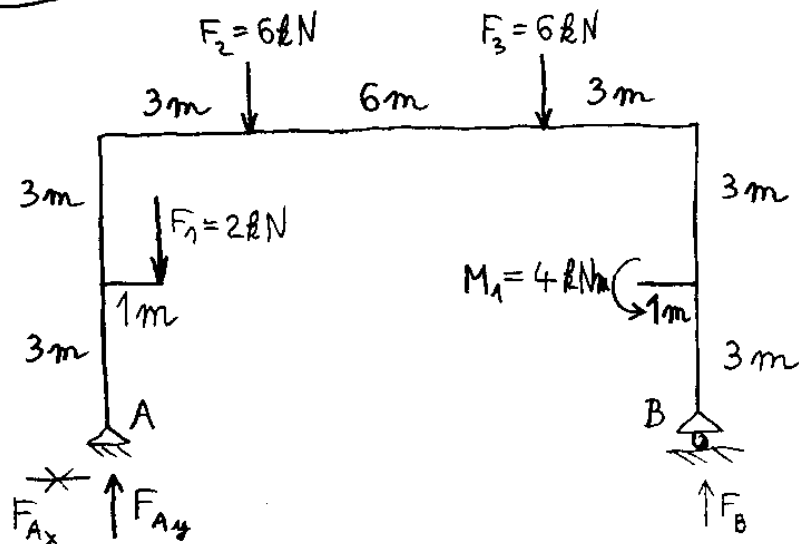
$$\sum F_y = 0 = -F_1 + F_{Ay} - F_2 - F_3 + F_B$$

$$F_{Ay} = F_1 + F_2 + F_3 - F_B = 8,2 + 13,4 + 13,4 - 11,78 = 23,22 \text{ kN} (\uparrow)$$

F.4.31.: Számítsuk ki a reakcióerőket!



F.4.31.



$$\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{F_{Ax} = 0}$$

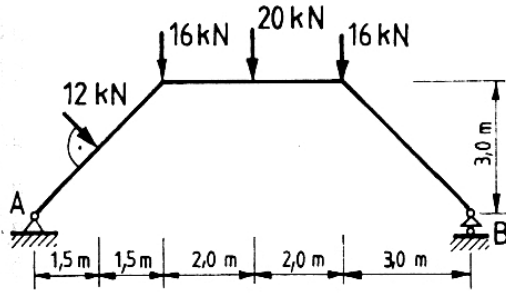
$$\sum M_A = 0 = -F_1 \cdot 1 - F_2 \cdot 3 - F_3 \cdot 9 + M_1 + F_B \cdot 12$$

$$\boxed{F_B = \frac{F_1 + 3F_2 + 9F_3 - M_1}{12} = \frac{2 + 3 \cdot 6 + 9 \cdot 6 - 4}{12} = 5,833 \text{ kN } (\uparrow)}$$

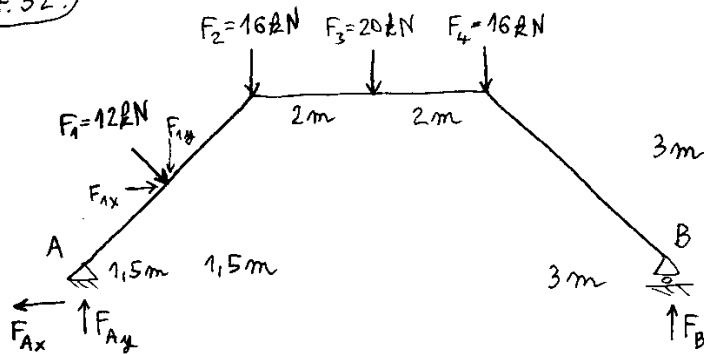
$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 - F_2 - F_3 + F_B$$

$$\boxed{F_{Ay} = F_1 + F_2 + F_3 - F_B = 2 + 6 + 6 - 5,833 = 8,167 \text{ kN } (\uparrow)}$$

F.4.32.: Számítsuk ki a reakcióerőket!



F.4.32.



$$\sum F_x = 0 = -F_{Ax} + F_{1x} \rightarrow \boxed{F_{Ax} = F_{1x} = F_1 \frac{1}{\sqrt{2}} = 12 \frac{1}{\sqrt{2}} = 8,485 \text{ kN} (\leftarrow)}$$

$$\sum M_A = 0 = -F_1 \cdot 1,5 \cdot \sqrt{2} - F_2 \cdot 3 - F_3 \cdot 5 - F_4 \cdot 7 + F_B \cdot 10$$

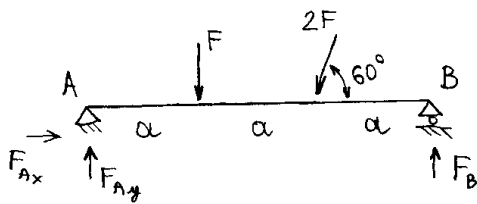
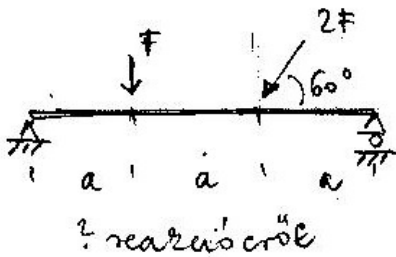
$$\boxed{F_B = \frac{1,5\sqrt{2}F_1 + 3F_2 + 5F_3 + 7F_4}{10} = \frac{1,5\sqrt{2} \cdot 12 + 3 \cdot 16 + 5 \cdot 20 + 7 \cdot 16}{10} = 28,55 \text{ kN} (\uparrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_{1y} - F_2 - F_3 - F_4 + F_B$$

$$\boxed{F_{Ay} = F_{1y} + F_2 + F_3 + F_4 - F_B = 12 \frac{1}{\sqrt{2}} + 16 + 20 + 16 - 28,55 = 31,94 \text{ kN} (\uparrow)}$$

Régebbi, paraméteres feladatok:

Sz-1: Határozzuk meg a reakcióerőket!



$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - 2F \cos 60^\circ$$

$$\boxed{F_{Ax} = 2F \cos 60^\circ = 2F \cdot \frac{1}{2} = F (\rightarrow)}$$

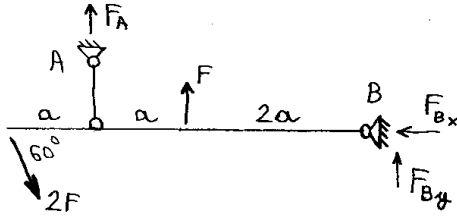
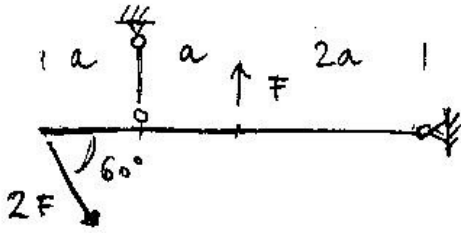
$$\sum M_A = 0 = -F \cdot a - 2F \sin 60^\circ \cdot 2a + F_B \cdot 3a$$

$$\boxed{F_B = \frac{F + 4F \sin 60^\circ}{3} = 1,488 F (\uparrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F - 2F \sin 60^\circ + F_B$$

$$\boxed{F_{Ay} = F + 2F \sin 60^\circ - F_B = F + 2F \sin 60^\circ - (1,488 F) = 1,244 F (\uparrow)}$$

Sz-2: Határozzuk meg a reakcióerőket!



$$\sum F_x = 2F \cos 60^\circ - F_{Bx}$$

$$\boxed{F_{Bx} = 2F \cos 60^\circ = 2F \cdot \frac{1}{2} = F (\leftarrow)}$$

$$\sum M_B = 0 = 2F \sin 60^\circ \cdot 4a - F_A \cdot 3a - F \cdot 2a$$

$$\boxed{F_A = \frac{8F \sin 60^\circ - 2F}{3} = 1,642 F (\uparrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = -2F \sin 60^\circ + F_A + F + F_{By}$$

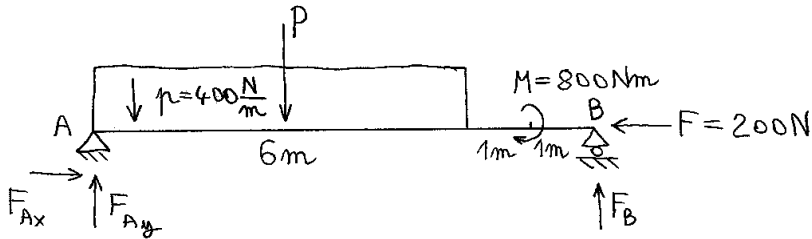
$$\boxed{F_{By} = 2F \sin 60^\circ - F_A - F = 2F \sin 60^\circ - (1,642 F) - F = -0,9099 F (\downarrow)}$$

Megoszló erőkkel terhelte tartók reakcióerőinek számítása

1. példa: Számítsuk ki a reakcióerőket!



Megoldás:



$$P = p \cdot l = 400 \cdot 6 = 2400 \text{ N}$$

$$1.) \sum F_x = 0 = F_{Ax} - F$$

$$\boxed{F_{Ax} = F = 200 \text{ N (}\rightarrow\text{)}}$$

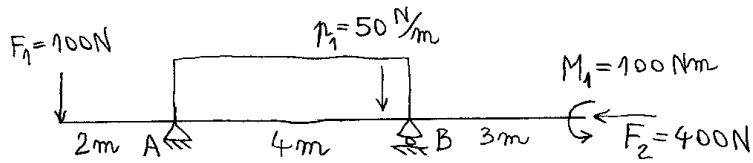
$$2.) \sum M_A = 0 = -P \cdot 3 - M + F_B \cdot 8$$

$$\boxed{F_B = \frac{3P + M}{8} = \frac{3 \cdot 2400 + 800}{8} = 1000 \text{ N (}\uparrow\text{)}}$$

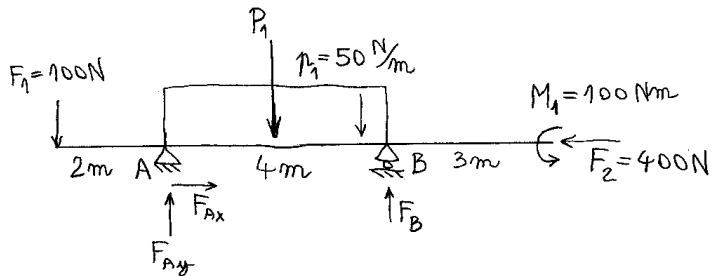
$$3.) \sum F_y = 0 = F_{Ay} - P + F_B$$

$$\boxed{F_{Ay} = P - F_B = 2400 - 1000 = 1400 \text{ N (}\uparrow\text{)}}$$

2. példa: Számítsuk ki a kényszererőket!



Megoldás:



$$P_1 = p_1 \cdot \ell_1 = 50 \cdot 4 = 200 \text{ N}$$

$$1.) \sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_2$$

$$\boxed{F_{Ax} = F_2 = 400 \text{ N (}\rightarrow\text{)}}$$

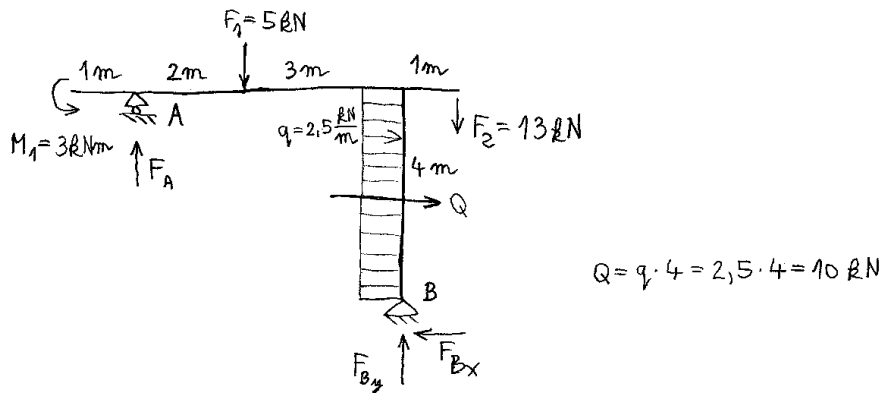
$$2.) \sum M_A = 0 = F_1 \cdot 2 - P_1 \cdot 2 + F_B \cdot 4 + M_1$$

$$\boxed{F_B = \frac{-2F_2 + 2P_1 - M_1}{4} = \frac{-2 \cdot 100 + 2 \cdot 200 - 100}{4} = 25 \text{ N (}\uparrow\text{)}}$$

$$3.) \sum F_y = 0 = -F_1 + F_{Ay} - P_1 + F_B$$

$$\boxed{F_{Ay} = F_1 + P_1 - F_B = 100 + 200 - 25 = 275 \text{ N (}\uparrow\text{)}}$$

3. példa: Számítsuk ki a reakcióerőket!



$$\sum F_x = 0 = Q - F_{Bx} \rightarrow \boxed{F_{Bx} = Q = 10 \text{ kN} (\leftarrow)}$$

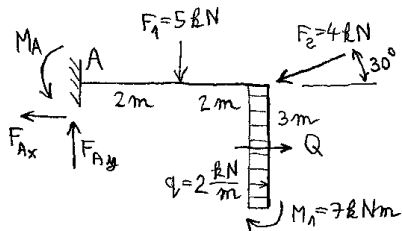
$$\sum M_B = 0 = M_1 - F_A \cdot 5 + F_1 \cdot 3 - F_2 \cdot 1 - Q \cdot 2$$

$$\boxed{F_A = \frac{M_1 + 3F_1 - F_2 - 2Q}{5} = \frac{3 + 3 \cdot 5 - 13 - 2 \cdot 10}{5} = -3 \text{ kN} (\downarrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = F_A - F_1 - F_2 + F_{By}$$

$$\boxed{F_{By} = F_1 + F_2 - F_A = 5 + 13 - (-3) = 21 \text{ kN} (\uparrow)}$$

4. példa: Számítsuk ki a reakcióerőket!



$$Q = q \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_{2x} + Q \rightarrow \boxed{F_{Ax} = Q - F_{2x} = 6 - 4 \cos 30^\circ = +2,536 \text{ kN} (\leftarrow)}$$

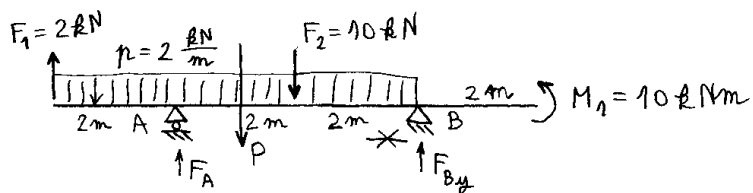
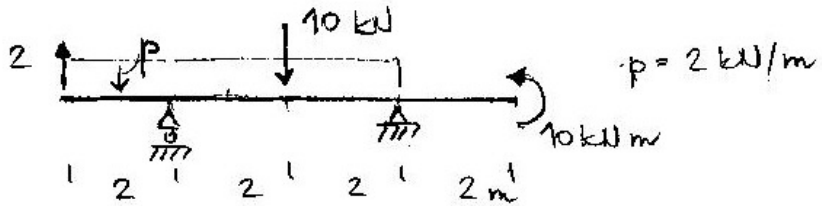
$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 - F_{2y} \rightarrow \boxed{F_{Ay} = F_1 + F_{2y} = 5 + 4 \sin 30^\circ = 7 \text{ kN} (\uparrow)}$$

$$\sum M_A = 0 = M_A - F_1 \cdot 2 - F_{2y} \cdot 4 + Q \cdot 1,5 - M_1$$

$$\boxed{M_A = 2F_1 + 4F_{2y} - 1,5Q + M_1 = 2 \cdot 5 + 4 \cdot 4 \sin 30^\circ - 1,5 \cdot 6 + 7 = 16 \text{ kNm} \text{ Cs}}$$

Régebbi, paraméteres feladatok:

Sz-1: Határozzuk meg a reakcióerőket!



$$\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{F_{Bx} = 0}$$

$$P = p \cdot l = 2 \cdot 6 = 12 \text{ kN}$$

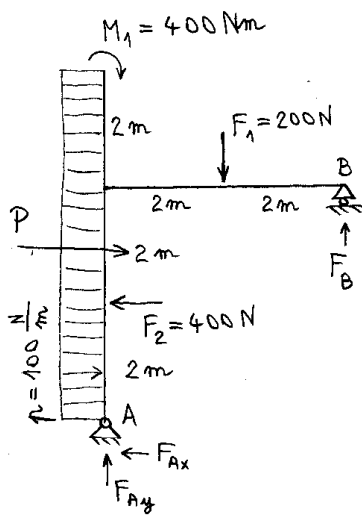
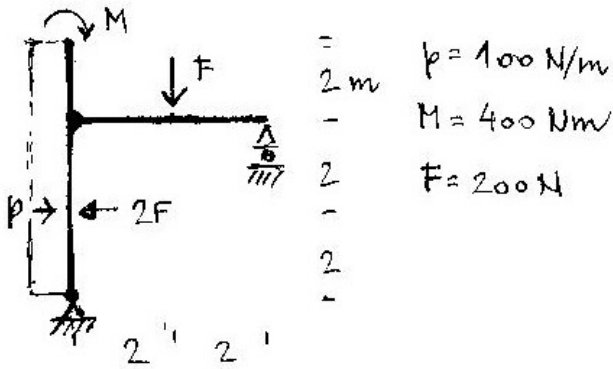
$$\sum M_B = -F_1 \cdot 6 - F_A \cdot 4 + P \cdot 3 + F_2 \cdot 2 + M_1$$

$$\boxed{F_A = \frac{-6F_1 + 3P + 2F_2 + M_1}{4} = \frac{-6 \cdot 2 + 3 \cdot 12 + 2 \cdot 10 + 10}{4} = 13,5 \text{ kN} (\uparrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = F_1 + F_A - P - F_2 + F_{By}$$

$$\boxed{F_{By} = -F_1 - F_A + P + F_2 = -2 - 13,5 + 12 + 10 = 6,5 \text{ kN} (\uparrow)}$$

Sz-2: Határozzuk meg a reakcióerőket!



$$P = p \cdot l = 100 \cdot 6 = 600 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 = P - F_2 - F_{Ax}$$

$$F_{Ax} = P - F_2 = 600 - 400 = 200 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 = F_2 \cdot 2 - P \cdot 3 - M_1 - F_1 \cdot 2 + F_B \cdot 4$$

$$F_B = \frac{-2F_2 + 3P + M_1 + 2F_1}{4} = \frac{-2 \cdot 400 + 3 \cdot 600 + 400 + 2 \cdot 200}{4} = 450 \text{ N } (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_1 + F_B$$

$$F_{Ay} = F_1 - F_B = 200 - 450 = -250 \text{ N } (\downarrow)$$