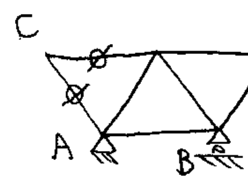
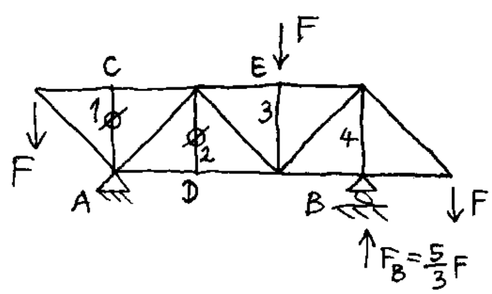
**Egy kis elmélet: vakrudak**

Az egyik lehetőség, ha két rúd szög alatt találkozik (nem egyvonalban vannak), és nem működik a csomópontra terhelés. Ilyen az 1.ábra C csomópontja. Ekkor az ide befutó mindkét rúd vakrúd. Ez azért van, mert két erő csak úgy lehet egyensúlyban, ha egy egyenesbe esnek.

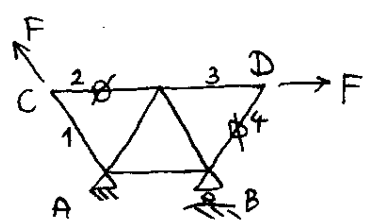
Vigyázni kell, hogy ha van teher a csomóponton (ami akár reakcióerő is lehet), akkor ez már nem igaz. Ilyen az 1.ábra D csomópontja. Általánosságban is igaz, hogy a szerkezetre ható erők ugyanúgy számítanak, mint a rudak. Ez azért van, mert a csomópontnak mindegy, hogy egy külső erő (ami reakcióerő is lehet), vagy egy rúdban ébredő erő (ami rúdirányú) hat rá.



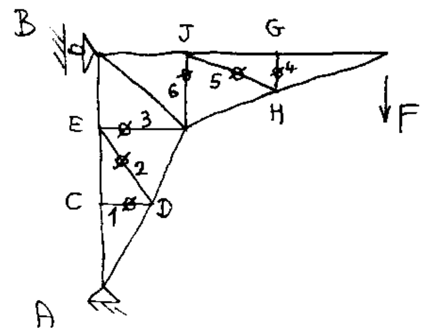

A másik lehetőség, amikor egy csomópontban három rúd találkozik, amik közül kettő egy egyenesbe esik, a harmadik pedig szög alatt fut be a csomópontba (nem kell, hogy derékszög legyen), és nincs külső terhelés. Ez azért van, mert a harmadik rúd olyan erőkomponenst is kifejt, amit az első két rúdban ható rúdirányú erők nem tudnának egyensúlyozni. Ilyen a 2.ábra C csomópontja, amiből következik, hogy az 1-es rúd vakrúd. Ugyanez a helyzet a D csomópontba befutó 2-es rúddal. Az E csomóponton van teher, így a 3-as rúd már nem lesz vakrúd, hanem felveszi a külső erőt. A 4-es szintén nem vakrúd, mert a B pontra az $F_B$ reakcióerő is működik.




A rúderők és a külső erők egyenértékűségét a 3.ábra szemlélteti. Itt a C és D csomópontokban egy rúd és egy erő esik egy vonalba, és a szög alatt befutó 2-es és 4-es rúd vakrúd. Az 1-es és 3-as viszont egyensúlyozza a külső erőt.



A 4.ábra azt mutatja, hogy ha bizonyos rudakról kiderül, hogy vakrudak, akkor még továbbiak is azok lehetnek. Ez azért van, mert a vakrudakban nincs erő, ami azt jelenti, hogy kivehetők a szerkezetből anélkül, hogy az összedőlne. A kivételük után viszont újabb csomópontok alakulhatnak át az előbb ismertetett vakrudat tartalmazó típusokká. Most először a C csomópont alapján látszik, hogy az 1-es rúd vakrúd. Ha elképzeljük, hogy már nincs is a szerkezetben, akkor a D csomópontba már csak a 2-es rúd fut be szög alatt, így az is vakrúd. Ha azt is kivesszük, akkor az E csomópont alapján a 3-as rúd is vakrúd lesz. Ugyanez a folyamat adódik a G csomópontból kiindulva is.




Fontos még, hogy nem csak a vakrudakban lehet nulla erő. A számításokból kijöhet nulla erő olyan rudakra is, amikről nem látszik, hogy vakrudak. Ez teljesen normális.

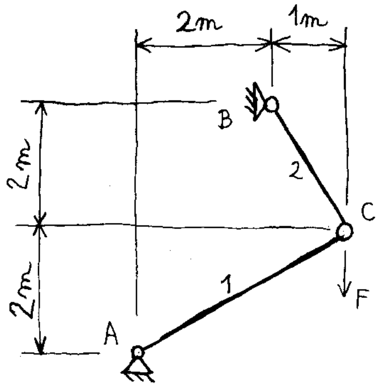
Az is fontos, hogy a vakrudaknak általában csak az egyik végük olyan, mint az előbb bemutatott esetek egyike. A másik végről nem látszik, hogy vakrúdról van szó. Ez is normális, és ha az egyik végződés vakrúd típusú, akkor nem is kell megnézni a másikat. Ott úgy alakul a szerkezet erőjátéka, hogy a vakrúdban nem lesz erő, de a bonyolultabb csomópont esetében ez csak a számításból látszana.

A tankönyvben a 258-260. oldalon olvashatunk a vakrudakról és egyéb speciális rúdelrendezésekről, például az X- és K rácsozatról.

# Csomóponti módszer

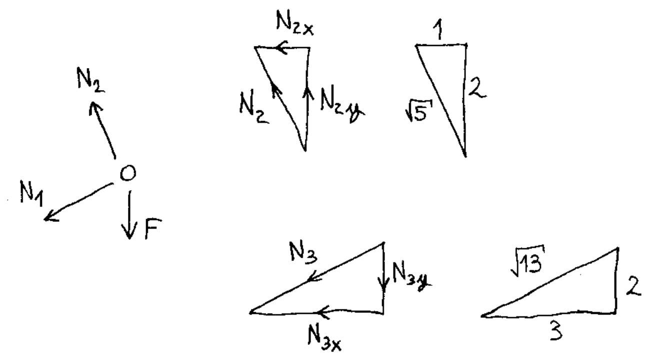
**1. példa**: Síkbeli bakállvány számítása csomóponti módszerrel.

Számítsuk ki a rúderőket!




$N_1 = ?$

$N_2 = ?$




1.) $\sum F_x^{(c)} = 0 = -N_1 \frac{3}{\sqrt{13}} - N_2 \frac{1}{\sqrt{5}}$

2.) $\sum F_y^{(c)} = 0 = -N_1 \frac{2}{\sqrt{13}} + N_2 \frac{2}{\sqrt{5}} - F$

1.) $\frac{-N_1}{\sqrt{13}} = \frac{N_2}{3\sqrt{5}}$

1.→2.) $0 = \frac{2N_2}{3\sqrt{5}} + \frac{2N_2}{\sqrt{5}} - F$

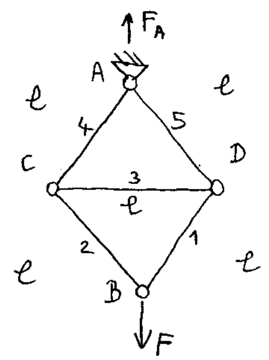
$F = \frac{2+3\cdot 2}{3\sqrt{5}} N_2 \longrightarrow \boxed{N_2 = \frac{3}{8}\sqrt{5}\,F = 0{,}8385\,F \quad (h)}$

1.) $\boxed{N_1 = \frac{-\sqrt{13}}{3\sqrt{5}} N_2 = \frac{-\sqrt{13}}{3\sqrt{5}} \frac{3}{8}\sqrt{5}\,F = \frac{-\sqrt{13}}{8} F = -0{,}4507\,F \quad (ny)}$

**2. példa**:

Itt fel kell ismerni a szimmetriát, és akkor alig kell számolni. (szabályos háromszögek)
Most is a csomóponti módszert használjuk.

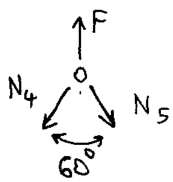
Számítsuk ki a rúderőket!




$N_i = ?$

$\sum F_y = 0 \rightarrow F_A = F \ (\uparrow)$

A




$1.) \sum F_x^{(A)} = 0 = N_5 \cdot \frac{1}{2} - N_4 \cdot \frac{1}{2}$

$2.) \sum F_y^{(A)} = 0 = F - N_4 \frac{\sqrt{3}}{2} - N_5 \frac{\sqrt{3}}{2}$

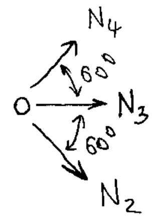
$1.) \ N_4 = N_5$

$1 \rightarrow 2.) \ F = 2 N_4 \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} N_4$

$\boxed{N_4 = \frac{1}{\sqrt{3}} F \ (h)}$

$1.) \ \boxed{N_5 = \frac{1}{\sqrt{3}} F \ (h)}$

C




$1.) \sum F_x^{(C)} = 0 = N_3 + N_2 \frac{1}{2} + N_4 \frac{1}{2}$

$2.) \sum F_y^{(C)} = 0 = N_4 \frac{\sqrt{3}}{2} - N_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2.) \ \boxed{N_2 = N_4 = \frac{1}{\sqrt{3}} F \ (h)}$

$1.) \ \boxed{N_3 = -\frac{1}{2}(N_2 + N_4) = \frac{-1}{\sqrt{3}} F \ (ny)}$

Szimmetriák:

$A \sim B$

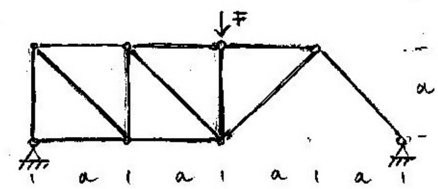
$C \sim D$

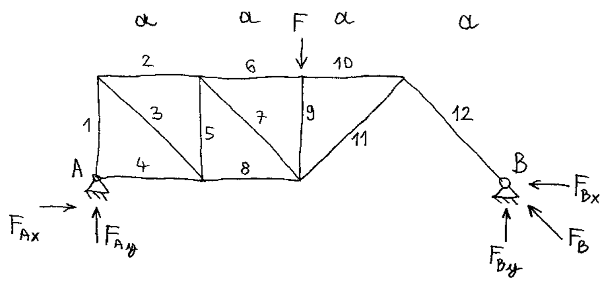
$N_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} F \ (h)$

**Négyzetrácsra illeszkedő szerkezetek számítása csomóponti módszerrel**

**3. példa**:

Határozzuk meg a rúderők nagyságát és értelmét (h/ny)!



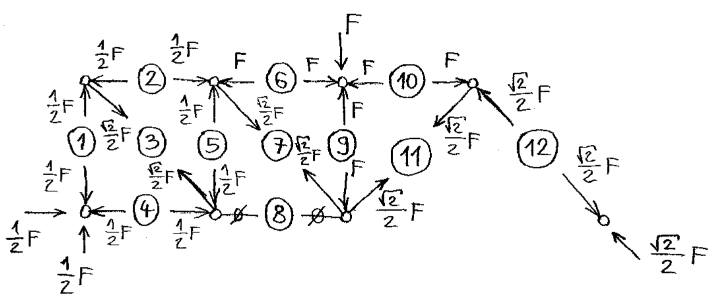




$$\sum M_A = 0 = -F \cdot 2a + F_{By} \cdot 4a \rightarrow \boxed{F_{By} = \frac{1}{2}F\ (\uparrow)}$$

$$45^0 \longrightarrow \boxed{F_{Bx} = F_{By} = \frac{1}{2}F\ (\leftarrow)} \longrightarrow \boxed{F_B = \frac{\sqrt{2}}{2}F\ (\nwarrow)}$$

$$\sum F_x = 0 \longrightarrow \boxed{F_{Ax} = F_{Bx} = \frac{1}{2}F\ (\rightarrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F + F_{By} = F_{Ay} - F + \left(\frac{1}{2}F\right) \longrightarrow \boxed{F_{Ay} = \frac{1}{2}F\ (\uparrow)}$$




Sorrend:

9, 12, 4, 1,
3, 2, 5, 8,
11, 7, 10, 6

$N_1 = -\frac{1}{2}F$ (ny) $N_7 = +\frac{\sqrt{2}}{2}F$ (h)

$N_2 = -\frac{1}{2}F$ (ny) $N_8 = 0$

$N_3 = +\frac{\sqrt{2}}{2}F$ (h) $N_9 = -F$ (ny)

$N_4 = -\frac{1}{2}F$ (ny) $N_{10} = -F$ (ny)

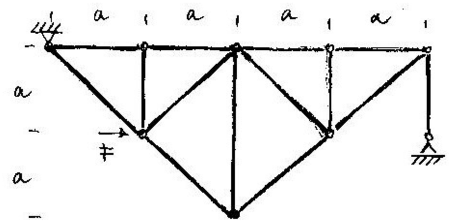
$N_5 = -\frac{1}{2}F$ (ny) $N_{11} = +\frac{\sqrt{2}}{2}$ (h)

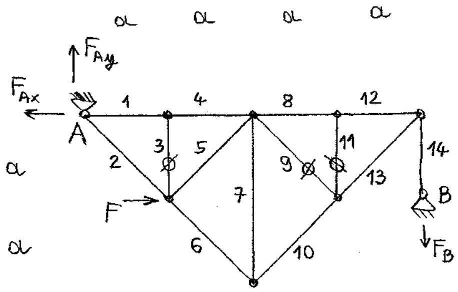
$N_6 = -F$ (ny) $N_{12} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ny)

Megjegyzés:
A 8-as rudat nem tudtuk vakrúdként azonosítani. Csak a számítás során derült ki, hogy nem ébred benne erő.

**4. példa**:

Határozzuk meg a rúderők nagyságát és értelmét (h/ny)!

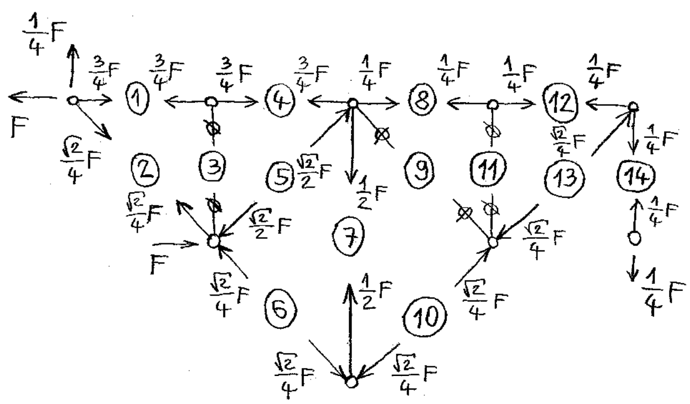





$\sum F_x = 0 \longrightarrow \boxed{F_{Ax} = F \ (\leftarrow)}$

$\sum M_A = 0 = F \cdot a - F_B \cdot 4a \longrightarrow \boxed{F_B = \frac{1}{4} F \ (\downarrow)}$

$\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F_B \longrightarrow \boxed{F_{Ay} = F_B = \frac{1}{4} F \ (\uparrow)}$



Sorrend:

3, 11, 9,

14, 12, 13,

8, 6, 7,

2, 1, 4, 5

$N_1 = +\frac{3}{4} F$ (h)

$N_2 = +\frac{\sqrt{2}}{4} F$ (h)

$N_3 = 0$

$N_4 = +\frac{3}{4} F$ (h)

$N_5 = -\frac{\sqrt{2}}{2} F$ (ny)

$N_6 = -\frac{\sqrt{2}}{4} F$ (ny)

$N_7 = +\frac{1}{2} F$ (h)

$N_8 = +\frac{1}{4} F$ (h)

$N_9 = 0$

$N_{10} = -\frac{\sqrt{2}}{4} F$ (ny)

$N_{11} = 0$

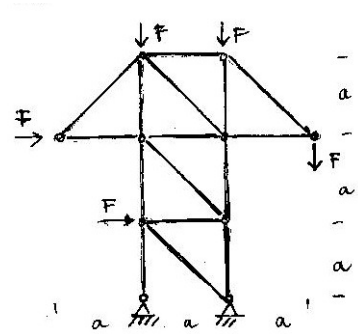
$N_{12} = +\frac{1}{4} F$ (h)

$N_{13} = -\frac{\sqrt{2}}{4} F$ (ny)

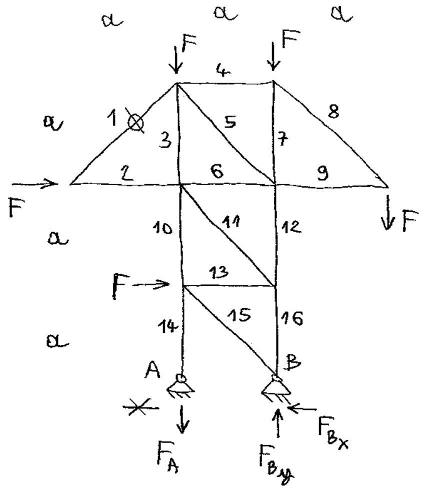
$N_{14} = +\frac{1}{4} F$ (h)

Megjegyzés:
A 3-as, 11-es és 9-es rudakat még a számítás előtt vakrúdként azonosítottuk. A 9-esről csak akkor derült ki, hogy vakrúd, miután a 11-est gondolatban már kivettük a szerkezetből.

**5. példa**:



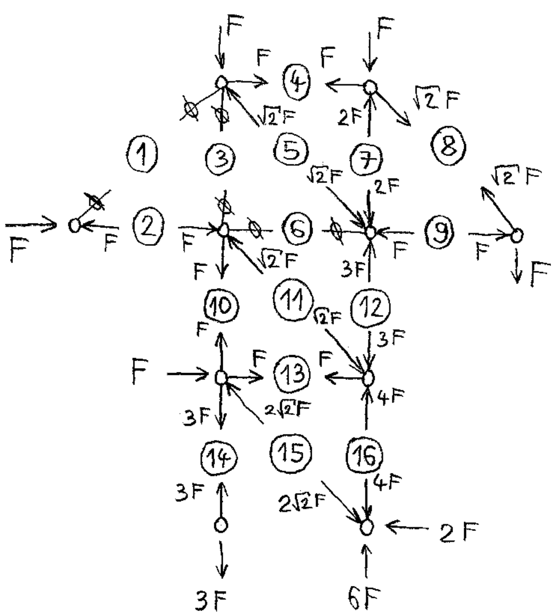
Határozzuk meg a rúderők nagyságát és értelmét (h/ny)!




$$\sum F_x = 0 = F + F - F_{Bx} \longrightarrow \boxed{F_{Bx} = 2F\ (\leftarrow)}$$

$$\sum M_B = 0 = -F\cdot a - F\cdot 2a + F\cdot a + 0 - Fa + F_A\cdot a \longrightarrow \boxed{F_A = 3F\ (\downarrow)}$$

$$\sum F_y = 0 = -F_A - F - F - F + F_{By} = -(3F) - 3F - F_{By} \longrightarrow \boxed{F_{By} = 6F\ (\uparrow)}$$



Sorrend:

1, 2, 14, 8,
9, 4, 7, 5,
3, 12, 6, 11,
10, 13, 16

$N_1 = 0$
$N_2 = -F$ (ny)
$N_3 = 0$
$N_4 = +F$ (h)
$N_5 = -\sqrt{2}F$ (ny)
$N_6 = 0$
$N_7 = -2F$ (ny)
$N_8 = +\sqrt{2}F$ (h)
$N_9 = -F$ (ny)
$N_{10} = +F$ (h)
$N_{11} = -\sqrt{2}F$ (ny)
$N_{12} = -3F$ (ny)
$N_{13} = +F$ (h)
$N_{14} = +3F$ (h)
$N_{15} = -2\sqrt{2}F$ (ny)
$N_{16} = -4F$ (ny)

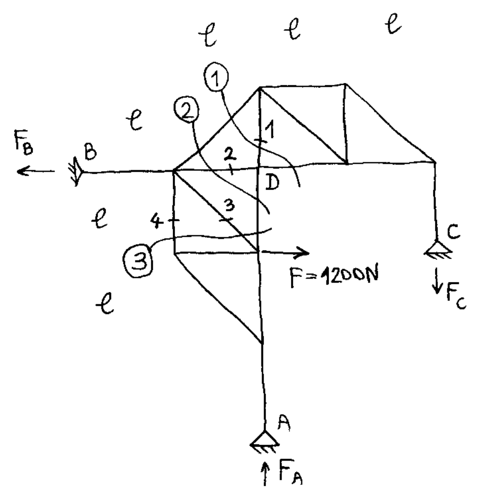
Megjegyzés:
Vakrúdként csak az 1-es rudat tudtuk azonosítani. A 3-asról és a 6-osról csak a számítás során derült ki, hogy nem ébred bennük erő.

# Átmetsző módszer

**6. példa**: A 11. gyakorlat 1. feladata.

Számítsuk ki a bejelölt rudakban ébredő erőket!

1998.07.02. 3A



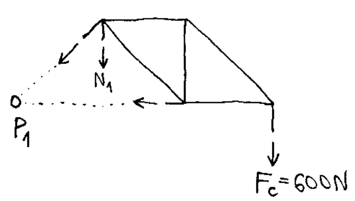

$\sum F_x = 0 \rightarrow F_B = F = 1200\,\mathrm{N}\ (\leftarrow)$

$\sum M_D = 0 = F \cdot \ell - F_C \cdot 2\ell$

$F_C = \frac{1}{2} F = 600\,\mathrm{N}\ (\downarrow)$

$\sum F_y = 0 \rightarrow F_A = F_C = 600\,\mathrm{N}\ (\downarrow)$

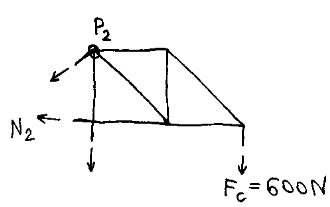
1




$\sum M_{P_1} = 0 = -N_1 \ell - F_c \cdot 3\ell$

$\boxed{N_1 = -3F_c = -3 \cdot 600 = -1800\,\mathrm{N}\ (ny)}$

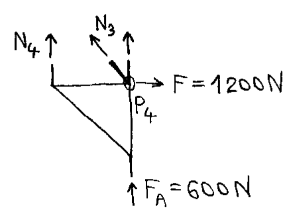
2




$\sum M_{P_2} = 0 = -N_2 \cdot \ell - F_c \cdot 2\ell$

$\boxed{N_2 = -2F_c = -2 \cdot 600 = -1200\,\mathrm{N}\ (ny)}$

3




$\sum F_x = 0 = -N_{3x} + F = -N_3 \frac{1}{\sqrt{2}} + F$

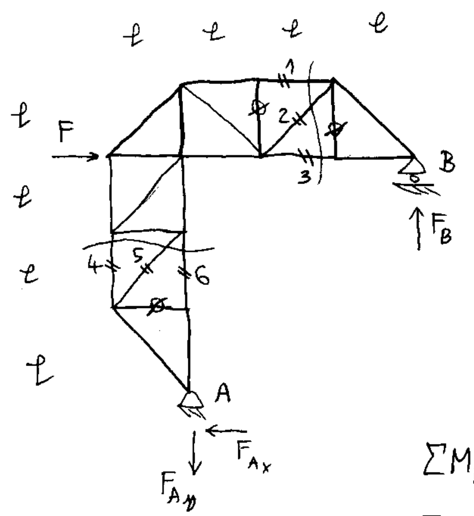
$\boxed{N_3 = \sqrt{2} F = 1200\sqrt{2} = +1697\,\mathrm{N}\ (h)}$

$\sum M_{P_4} = 0 = -N_4 \cdot \ell$

$\boxed{N_4 = 0}$

**7. példa**:

Számítsuk ki a bejelölt rudakban ébredő erőket!

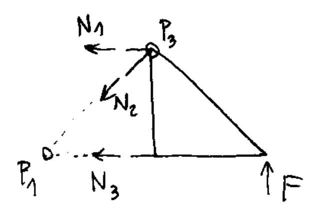



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{Ax} = F \ (\leftarrow)$$

$$\sum M_A = 0 = -F \cdot 3\ell + F_B \cdot 3\ell$$

$$F_B = F \ (\uparrow)$$

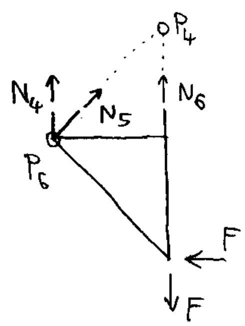
$$\sum F_y = 0 = -F_{Ay} + F_B \rightarrow F_{Ay} = F \ (\downarrow)$$




$$\sum M_{P_3} = 0 = -N_3 \ell + F\ell \rightarrow \boxed{N_3 = F \ (h)}$$

$$\sum M_{P_1} = 0 = N_1 \ell + F \cdot 2\ell \rightarrow \boxed{N_1 = -2F \ (ny)}$$

$$\sum F_y = 0 = -N_2 \frac{1}{\sqrt{2}} + F \rightarrow \boxed{N_2 = \sqrt{2} F \ (h)}$$




$$\sum M_{P_6} = 0 = N_6 \ell - F\ell - F\ell \rightarrow \boxed{N_6 = 2F \ (h)}$$

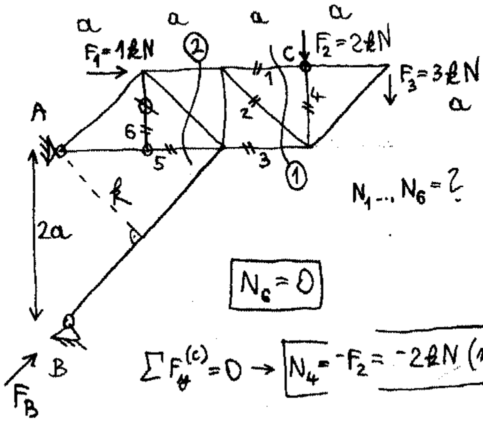
$$\sum M_{P_4} = 0 = -N_4 \ell - F \cdot 2\ell \rightarrow \boxed{N_4 = -2F \ (ny)}$$

$$\sum F_x = 0 = N_5 \frac{1}{\sqrt{2}} - F \rightarrow \boxed{N_5 = \sqrt{2} F \ (h)}$$

**8. példa**: A 11. gyakorlat 2. feladata.

Számítsuk ki a bejelölt rudakban ébredő erőket!

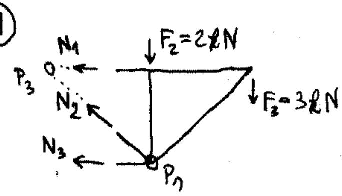
Az $N_1$ - $N_4$ rúderők meghatározásához nincs szükség a reakcióerők kiszámítására, a 6. rúd pedig vakrúd. Az 5. rúdban ébredő erő kiszámításához már ki kell számolni valamelyik reakcióerőt. Az $F_B$ kiszámítását választjuk, és kihasználjuk, hogy rúdirányú, azaz 45°-os lesz. Az átmetszésnél most igaz, hogy az $F_B$ erő karja éppen a négyzet átlója.




$\boxed{N_6 = 0}$

$\sum F_y^{(c)} = 0 \rightarrow \boxed{N_4 = -F_2 = -2\,kN\ (ny)}$

1




$\sum M_{P_1} = 0 = N_1 a - F_3 a \rightarrow \boxed{N_1 = F_3 = +3\,kN\ (h)}$

$\sum M_{P_3} = 0 = -N_3 a - F_2 a - F_3 \cdot 2a$

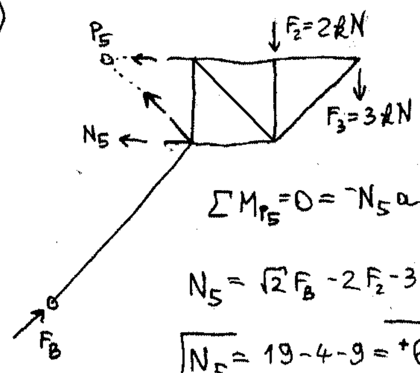
$\boxed{N_3 = -F_2 - 2F_3 = -2 - 2\cdot 3 = -8\,kN\ (ny)}$

$\sum F_y = 0 = N_2 \frac{1}{\sqrt{2}} - F_2 - F_3 \rightarrow \boxed{N_2 = \sqrt{2}(F_2 + F_3) = \sqrt{2}(2+3) = +5\sqrt{2}\,kN = +7{,}07\,kN\ (h)}$

$\sum M_A = 0 = F_B \cdot k - F_1 a - F_2 \cdot 3a - F_3 \cdot 4a = F_B \frac{2a}{\sqrt{2}} - F_1 a - F_2 \cdot 3a - F_3 \cdot 4a$

$\boxed{F_B = \frac{\sqrt{2}}{2}(F_1 + 3F_2 + 4F_3) = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + 3\cdot 2 + 4\cdot 3) = \frac{19}{2}\sqrt{2}\,kN = 13{,}44\,kN\ (\nearrow)}$

2




$\sum M_{P_5} = 0 = -N_5 a + F_B \cdot \sqrt{2} a - F_2 \cdot 2a - F_3 \cdot 3a$

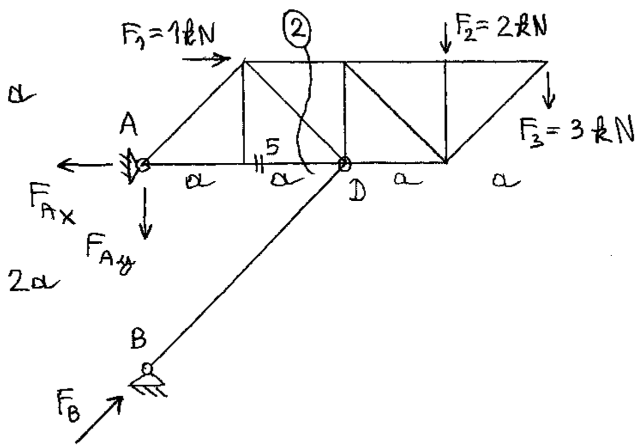
$N_5 = \sqrt{2} F_B - 2F_2 - 3F_3 = \sqrt{2}\,\frac{19}{2}\sqrt{2} - 2\cdot 2 - 3\cdot 3$

$\boxed{N_5 = 19 - 4 - 9 = +6\,kN\ (h)}$

Alternatív megoldás:
Az 5-ös rúderő kiszámítása az A ponti reakcióerők segítségével.

A B pontra felírt nyomatéki egyenletből kiesik az $F_B$ és az $F_{Ay}$ reakcióerő, így $F_{Ax}$ számítható. Az ügyesen megválasztott D pontra pedig az $F_B$ és az $F_{Ax}$ reakciónak nincs nyomatéka, így $F_{Ay}$ számítható. Így elkerültük, hogy ki kelljen számítani a ferde hatásvonalú $F_B$ erőt. A nyomatéki pontok megválasztásánál hasonlóan jártunk el, mint az átmetszéseknél a rúderőkkel. Kettőt összemetszettünk, így csak a harmadik jelent meg a nyomatéki egyenletben.

Az 5-ös metszésnél most a bal oldali szerkezetrészt tartjuk meg:



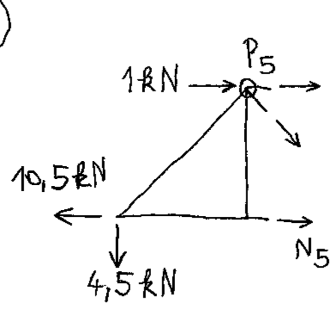

1.) $\sum M_B = 0 = F_{Ax} \cdot 2a - F_1 \cdot 3a - F_2 \cdot 3a - F_3 \cdot 4a$

$$F_{Ax} = \frac{1}{2}\left(3F_1 + 3F_2 + 4F_3\right) = \frac{1}{2}\left(3\cdot 1 + 3\cdot 2 + 4\cdot 3\right) = 10{,}5\ kN\ (\leftarrow)$$

2.) $\sum M_D = 0 = F_{Ay} \cdot 2 - F_1 a - F_2 a - F_3 \cdot 2a$

$$F_{Ay} = \frac{1}{2}\left(F_1 + F_2 + 2F_3\right) = \frac{1}{2}\left(1 + 2 + 2\cdot 3\right) = 4{,}5\ kN\ (\downarrow)$$

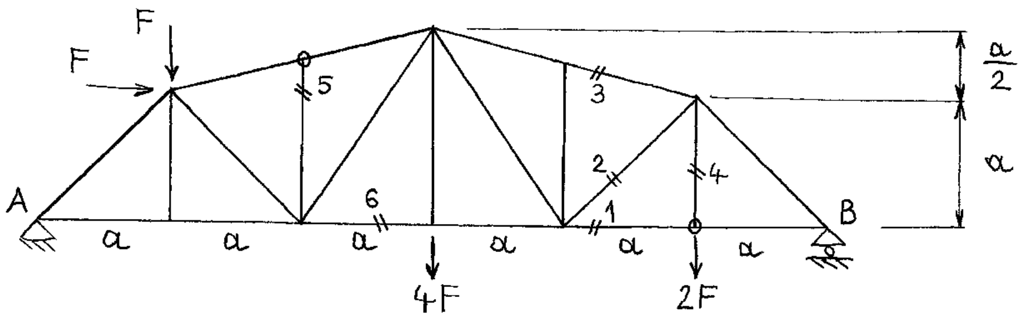
2

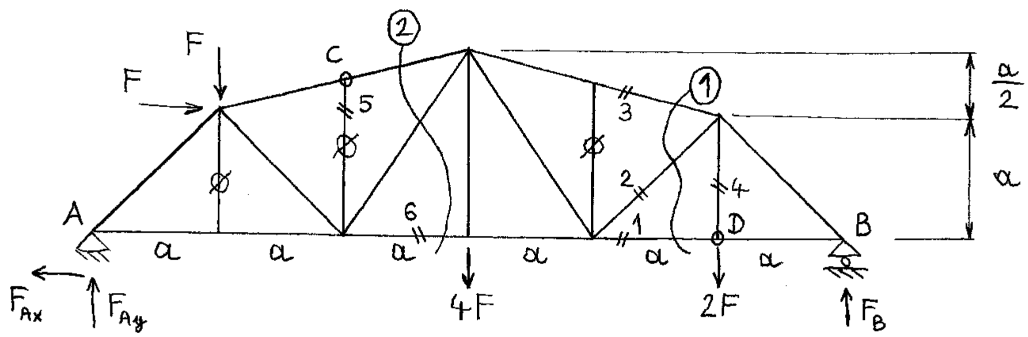



$\sum M_{P_5} = 0 = N_5 a - 10{,}5 a + 4{,}5 a$

$$\boxed{N_5 = {}^{+}6\ kN}$$

**9. példa**: Számítsuk ki a bejelölt rudakban ébredő erőket!




1.) $\sum F_x = 0 \longrightarrow F_{Ax} = F\ (\leftarrow)$

2.) $\sum M_A = 0 = -Fa - Fa - 4F\cdot 3a - 2F\cdot 5a + F_B \cdot 6a$

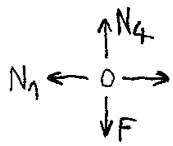
$$F_B = \frac{24F}{6} = 4F\ (\uparrow)$$

3.) $\sum F_y = 0 = F_{Ay} - F - 4F - 2F + F_B$

$$F_{Ay} = 7F - F_B = 7F - 4F = 3F\ (\uparrow)$$

$\boxed{C} \longrightarrow \boxed{N_5 = 0}$

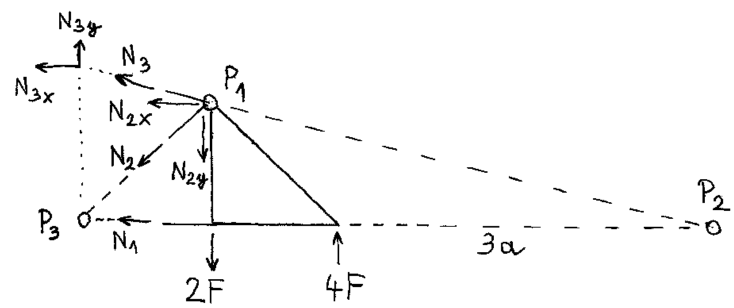
$\boxed{D}$




$\sum F_y^{(D)} = 0 = N_4 - F$

$\boxed{N_4 = +F\ (h)}$

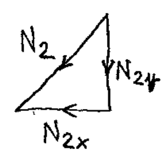
1

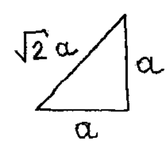



$$\sum M_{P_1} = 0 = {}^{-}N_1 a + 4Fa \longrightarrow \boxed{N_1 = {}^{+}4F\ (h)}$$

$$\sum M_{P_2} = 0 = {}^{+}N_{2x} a + N_{2y}\cdot 4a + 2F\cdot 4a - 4F\cdot 3a =$$

$$= N_2 \frac{1}{\sqrt{2}} a + N_2 \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 4a - 4Fa$$

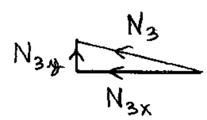


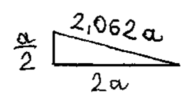




$$\boxed{N_2 = \frac{\sqrt{2}}{5}\cdot 4F = {}^{+}1,131\, F\ (h)}$$

$$\sum M_{P_3} = 0 = N_{3x}\left(a + \frac{a}{4}\right) - 2Fa + 4F\cdot 2a$$

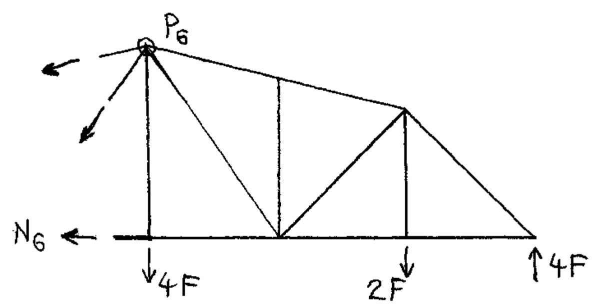
$$= N_3 \frac{2}{2,062}\cdot \frac{5}{4} a + 6Fa$$




$$\boxed{N_3 = {}^{-}2,062\cdot \frac{2}{5}\cdot 6F = {}^{-}4,949\, F\ (ny)}$$

2




$$\sum M_{P_6} = 0 = {}^{-}N_6\cdot \frac{3}{2} a - 2F\cdot 2a + 4F\cdot 3a$$

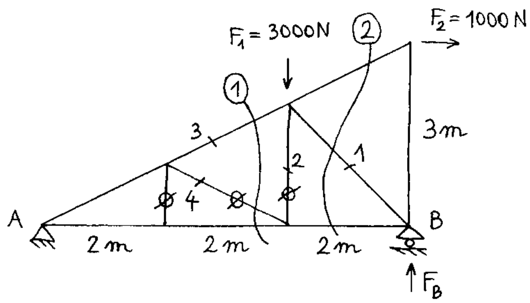
$$\boxed{N_6 = \frac{2}{3}\cdot 8F = {}^{+}5,333\, F\ (h)}$$

Megjegyzés:
Ha az N2 erőt a P3 pontban működtettük volna, akkor csak a függőleges komponensének lett volna nyomatéka a P2 pontra.
Az N3 erőt már ügyesebben helyeztük el, függőlegesen a P3 pont fölé, így csak a vízszintes komponensének lett volna nyomatéka a P3 pontra.

**10. példa**: A 11. gyakorlat 4. feladata.

Számítsuk ki a bejelölt rudakban ébredő erőket!

Itt az 1-es átmetszésnél elegendő erőegyensúllyal számolni, ha már rájöttünk, hogy a 4-es rúd vakrúd. Ha nem, akkor az 1-es átmetszésnél nyomatéki egyenleteket is felírhatunk a $P_3$ és $P_4$ főpontra.

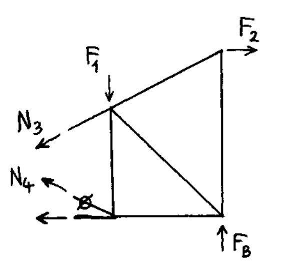



Vakrudak keresése: $\boxed{N_4 = 0}$ $\boxed{N_2 = 0}$

$$\sum M_A = 0 = -F_1 \cdot 4 - F_2 \cdot 3 + F_B \cdot 6$$

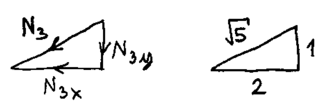
$$F_B = \frac{4F_1 + 3F_2}{6} = \frac{4 \cdot 3000 + 3 \cdot 1000}{6} = 2500\,N\ (\uparrow)$$

1

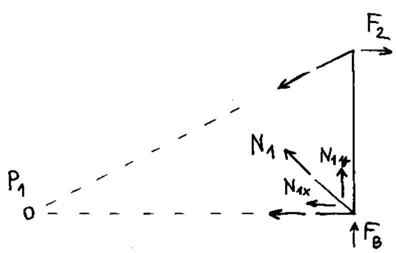



$$\sum F_y = 0 = -N_{3y} - F_1 + F_B = -N_3 \frac{1}{\sqrt{5}} - F_1 + F_B$$

$$\boxed{N_3 = \sqrt{5}(F_B - F_1) = \sqrt{5}(2500 - 3000) = = -500\sqrt{5}\,N = -1118\,N\ (ny)}$$

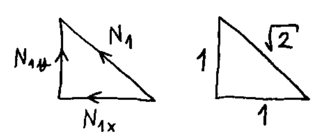



2




$$\sum M_{P_1} = 0 = N_{1y} \cdot 6 + F_B \cdot 6 - F_2 \cdot 3 = N_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 6 + F_B \cdot 6 - F_2 \cdot 3$$

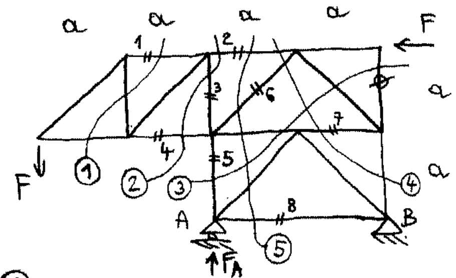
$$\boxed{N_1 = \frac{\sqrt{2}}{6}(3F_2 - 6F_B) = \frac{\sqrt{2}}{6}(3 \cdot 1000 - 6 \cdot 2500) = = -2000\sqrt{2}\,N = -2828\,N\ (ny)}$$



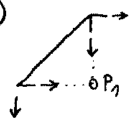
**11. példa**: A 11. gyakorlat 5. feladata.

Számítsuk ki a bejelölt rudakban ébredő erőket!

Itt a 3-as számú átmetszés csak látszólag metsz el négy rudat, mert közülük az egyik vakrúd. A 4-es metszésben viszont tényleg négy rudat metszünk át, de közülük csak három rúderő ismeretlen. Az 5-ös metszésnél öt rudat metszünk el, de kettőben már ismert a rúderő.



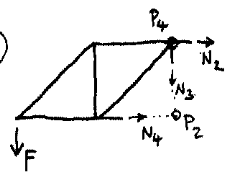

(1)




$$\sum M_{P_1}=0=-N_1 a+Fa \to \boxed{N_1=F\ (h)}$$

$$\sum M_{P_2}=0=-N_2 a+F\cdot 2a \to \boxed{N_2=2F\ (h)}$$

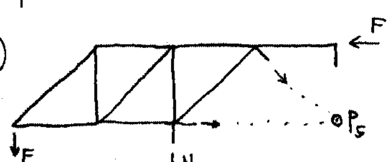
(2)




$$\sum M_{P_4}=0=N_4 a+F\cdot 2a \to \boxed{N_4=-2F\ (ny)}$$

$$\sum F_y=0=-N_3-F \to \boxed{N_3=-F\ (ny)}$$

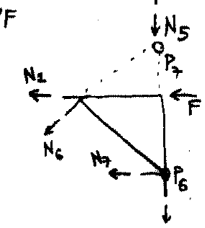
(3)




$$\sum M_{P_5}=0=N_5\cdot 2a+F\cdot 4a+Fa$$

$$\boxed{N_5=\frac{-5}{2}F\ (ny)}$$

(4)



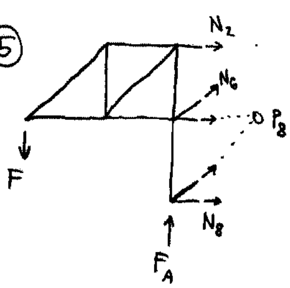

$$\sum M_{P_6}=0=N_2 a+N_6\sqrt{2}a+Fa$$

$$\boxed{N_6=\frac{-N_2-F}{\sqrt{2}}=\frac{-(2F)-F}{\sqrt{2}}=\frac{-3}{\sqrt{2}}F=\frac{-3\sqrt{2}}{2}F\ (ny)}$$

$$\sum M_{P_7}=0=-N_2 a-N_7\cdot 2a-Fa$$

$$\boxed{N_7=\frac{-N_2-F}{2}=\frac{-(2F)-F}{2}=\frac{-3}{2}F\ (ny)}$$

(5)




$$\sum M_B=0=F\cdot 4a+F\cdot 2a-F_A\cdot 2a$$

$$F_A=3F\ (\uparrow)$$

$$\sum M_{P_8}=0=-N_2 a-N_6\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}a+N_8 a+F\cdot 3a-F_A a$$

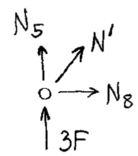
$$N_8=N_2+\frac{\sqrt{2}}{2}N_6+3F+F_A$$

$$N_8=2F+\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{-3\sqrt{2}}{2}F\right)+3F-3F$$

$$\boxed{N_8=\frac{1}{2}F\ (h)}$$

A 8-as rúderőt az A csomópontra felírt egyensúlyi egyenletekből is ki lehet számolni:

$\boxed{A}$




1.) $\sum F_x^{(A)} = 0 = N_8 + \frac{N'}{\sqrt{2}}$

2.) $\sum F_y^{(A)} = 0 = N_5 + \frac{N'}{\sqrt{2}} + 3F$

2.) $N' = -\sqrt{2}\left(N_5 + 3F\right)$

2→1.) $0 = N_8 + \frac{1}{\sqrt{2}}\left[-\sqrt{2}\left(N_5 + 3F\right)\right]$

$$\boxed{N_8 = N_5 + 3F = \left(-\frac{5}{2}F\right) + 3F = +\frac{1}{2}F\ (h)}$$